

Docentencursus relativiteitstheorie

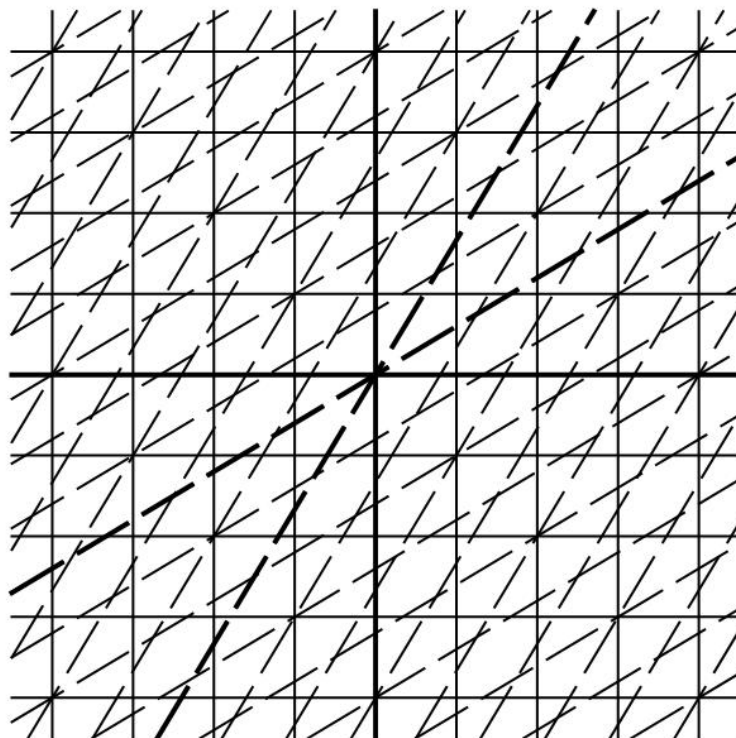
Opgaven bijeenkomst 2, "Rekenen en tekenen" - 18 september 2013

De opgaven die met een "L" zijn aangegeven, zijn op leerlingenniveau - dit zijn dus opgaven die in de les of in een examen zouden kunnen voorkomen. De opgaven die met een "D" zijn aangegeven, zijn op docentenniveau. Deze opgaven zijn bedoeld om het inzicht en de kennis van de docent te verdiepen.

Opgave 1 (L): Tijdsdilatatie ("Zoals het klokje thuis tikt...")

Waarnemer B beweegt ten opzichte van waarnemer A met 60% van de lichtsnelheid. Waarnemer B heeft een klok bij zich die in zijn referentiekader eenmaal per seconde tikt.

- Bereken hoeveel tijd er in het referentiekader van waarnemer A zit tussen twee tikken van de klok.
- Waarnemer A heeft een metronoom, die hij even snel laat tikken als de klok van B volgens hem tikt. (Dus met de tussenpozen die je in (a) hebt berekend.) Hoeveel tijd lijkt er in het referentiekader van B te zitten tussen twee tikken van de metronoom?
- Hieronder zie je een ruimtetijd diagram met in doorgetrokken lijnen het referentiekader van waarnemer A, en in gestippelde lijnen het referentiekader van waarnemer B. Geef de tikken van de klok van B en van de metronoom van A in het ruimtetijd diagram aan met stippen.



d) Teken in het diagram ook de gebeurtenissen op de wereldlijn van waarnemer B die voor hem gelijktijdig zijn met de tikken van de metronoom.

e) Is de volgende bewering waar? "Twee klokken die verschillende snelheden hebben, lopen voor de ene waarnemer gelijk als ze voor de andere ook gelijk lopen." Verklaar je antwoord aan de hand van de resultaten uit deze opgave.

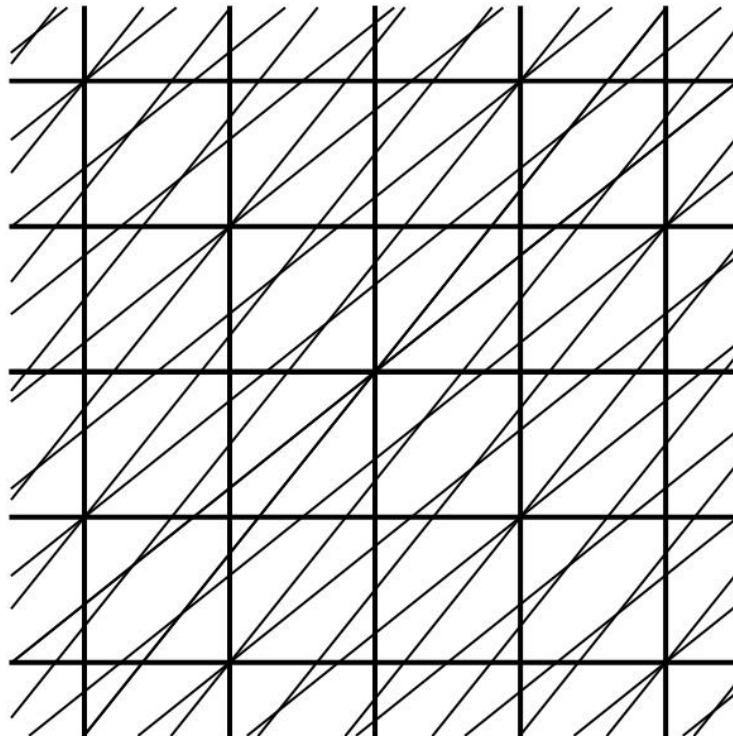
Opgave 2 (L): Lorentzcontractie

Waarnemer B beweegt ten opzichte van waarnemer A met 80% van de lichtsnelheid. Waarnemer B heeft een (extreem lange) liniaal bij zich met een lengte van 1 ls.

a) Bereken hoe lang de liniaal is volgens waarnemer A.

b) Waarnemer A zet twee heft twee stoelen, die hij neerzet op de plaatsen waar hij de uiteinden van de liniaal op $t=0$ s ziet. Hoe ver ziet waarnemer B deze stoelen van elkaar af staan?

c) Hieronder zie je een ruimtetijd diagram met in dikke lijnen het referentiekader van waarnemer A, en in dunne lijnen het referentiekader van waarnemer B. Geef wereldlijnen van de uiteinden van de liniaal en van de twee stoelen in het diagram weer.



d) Geef met een lijnstuk in het diagram aan hoe ver de stoelen voor waarnemer B uit elkaar lijken te staan. Geef ter vergelijking ook een lijnstuk weer dat voor hem een lengte van 1 lichtseconde heeft.

e) Is de volgende bewering waar? "Als twee voorwerpen een onderlinge snelheid hebben, zullen twee waarnemers het altijd eens zijn over welk voorwerp langer is." Licht je antwoord toe aan de hand van de resultaten uit deze opgave.

Opgave 3 (L): Relativiteit in het dagelijks leven.

a) Een vliegtuig vliegt met 1000 km/u. Het vliegtuig is in stilstand 20m lang. Hoe lang lijkt het vliegtuig als het vliegt?

b) Iemand rijdt met 40 km/u in de auto naar zijn werk, dat 20 km bij hen vandaan is. Aan het eind van de dag rijdt hij met dezelfde snelheid weer terug. Hoeveel jonger is hij na deze dag dan hij zou zijn als hij was thuisgebleven?

Opgave 4 (D): Lorentztransformaties

De Lorentztransformaties zijn

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Herschrijf deze formules zodat ze t en x uitdrukken in t' en x'. Hint: gebruik de afkorting

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

Laat zien dat de resulterende formules gelijk zijn aan de oorspronkelijke Lorentztransformaties, maar met v vervangen door -v. Leg aan de hand van het relativiteitsbeginsel uit dat dit antwoord te verwachten was.

Opgave 5 (D): Lorentzcontractie in meer dimensies

In deze opgave is de ruimte tweedimensionaal, en heeft dus een x- en een y-richting. Waarnemer B beweegt ten opzichte van waarnemer A in de x-richting. Zoals we weten ervaren beide waarnemers een Lorentzcontractie in die richting. Beredeneer dat er, bij beweging in de x-richting, in de y-richting *geen* Lorentzcontractie zal zijn.