Docentencursus relativiteitstheorie

Opgaven bijeenkomst 4, slotbijeenkomst - 30 oktober 2013

De opgaven die met een "L" zijn aangegeven, zijn op leerlingenniveau - dit zijn dus opgaven die in de les of in een examen zouden kunnen voorkomen. De opgaven die met een "D" zijn aangegeven, zijn op docentenniveau. Deze opgaven zijn bedoeld om het inzicht en de kennis van de docent te verdiepen.

Opgave 1 (L): Energie en massa

a) Schat in hoeveel energie in de vorm van elektriciteit een gemiddeld Nederlands huishouden in een jaar gebruikt.

b) Als we materie volledig in energie zouden kunnen omzetten, hoeveel kilogram aan materie zou er dan ongeveer nodig zijn om alle Nederlandse huishoudens een jaar lang van stroom te voorzien?

Opgave 2 (D): Relativistisch optellen van snelheden

Een trein rijdt ten opzichte van het station met v=c/3. Een hardloper rent door de trein in de rijrichting met een snelheid (ten opzichte van de trein) van u' =c/3. In het referentiekader van het station gebruiken we coördinaten (t,x), met t in seconden en x in lichtseconden. In het referentiekader van de trein gebruiken we coördinaten (t',x'), met t' in seconden en x' in lichtseconden.

a) Geef de coördinaten (t',x') waarop de hardloper zich na 1 seconde (gemeten in het referentiekader in de trein) bevindt.

b) Bereken met behulp van de Lorentztransformaties de coördinaten (t,x) van deze gebeurtenis in het referentiekader van het station.

c) Bereken uit het antwoord van (b) de snelheid u waarmee de hardloper ten opzichte van het station beweegt.

d) Bonus: leid op dezelfde manier de algemene formule voor het relativistisch optellen van snelheden af.

Opgave 3 (D): De Ehrenfest-paradox

Een draaiende schijf heeft een straal van r=100 meter.

a) Wat is de maximale hoeksnelheid ω_{max} (in radialen per seconde) waarmee de schijf ten opzichte van een stilstaande waarnemer kan draaien?

b) De schijf draait in werkelijkheid met een hoeksnelheid $\omega = 3\omega_{max}/5$. Een meedraaiende waarnemer op de rand van de schijf zet in zijn stelsel markeringen op de rand met onderlinge afstanden (langs de rand van de schijf gemeten) van $\Delta x' = 1$m. Op welke onderlinge afstand Δx (ook weer langs de rand van de schijf gemeten) ziet de stilstaande waarnemer deze markeringen?

c) Hoe groot is de omtrek van de schijf voor de stilstaande waarnemer?

d) Hoe groot is de omtrek van de schijf voor de meebewegende waarnemer?

e) Bonus: de meedraaiende waarnemer meet ook de omtrek $L(s)$ van de cirkels op de schijf met straal $s<r$. Teken een grafiek van $L(s)$ als functie van s voor $0<s<r$. Teken in dezelfde grafiek de lijn $f(s) = 2\pi s$. Wat is de betekenis van deze lijn? Teken met een stippellijn ook hoe de grafiek voor $L(s)$ zou doorlopen voor $s>r$. Wat gebeurt er bij $s = 5r/3$?