

Docentencursus relativiteitstheorie

Opgaven bijeenkomst 1, "Waarom relativiteit?" - 29 september 2014

De opgaven die met een "L" zijn aangegeven, zijn op leerlingenniveau - dit zijn dus opgaven die in de les of in een examen zouden kunnen voorkomen. De opgaven die met een "D" zijn aangegeven, zijn op docentenniveau. Deze opgaven zijn bedoeld om het inzicht en de kennis van de docent te verdiepen.

Opgave 1 (L): Wisselen van referentiekader in de klassieke mechanica

Een waarnemer, A, staat op het perron. Hij ziet een trein met 20 m/s naar rechts langsrijden met daarin zijn vriend, B. Tegelijkertijd ziet hij op een ander spoor een trein met 30 m/s naar links langsrijden met daarin een andere vriend, C.

a) Met welke snelheden ziet waarnemer B de waarnemers A en C bewegen?

b) Met welke snelheden ziet waarnemer C de waarnemers A en B bewegen?

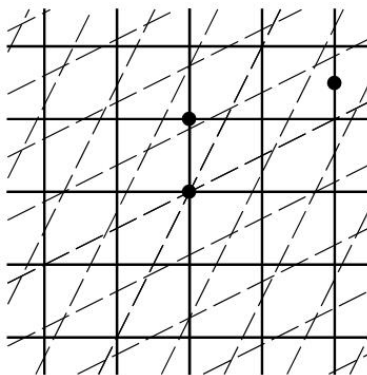
De drie vrienden passeren elkaar op exact hetzelfde tijdstip, dat we $t=0$ s noemen. Ze hebben afgesproken dat A op $t=10$ s in zijn handen klapt, B op $t=15$ s, en C op $t=20$ s.

c) Teken (in het klassieke wereldbeeld) een ruimte-tijdgrafiek vanuit het gezichtspunt van A, waarin de beweging van zijn vrienden is weergegeven. Geef ook de drie gebeurtenissen aan waarop de drie vrienden in hun handen klappen.

d) Teken ook een ruimte-tijdgrafiek vanuit het gezichtspunt van B.

Opgave 2 (L): Wisselen van referentiekader in de relativiteitstheorie

In het onderstaande (relativistische) ruimtetijd diagram zijn de referentiekaders van twee waarnemers aangegeven met doorgetrokken en gestippelde lijnen. De stippen geven drie verschillende gebeurtenissen aan. Het diagram is getekend vanuit het gezichtspunt van de "doorgetrokken" waarnemer: zijn ruimte- en tijdlijnen staan loodrecht op elkaar.



- a) Teken dit ruimtetijddiagram vanuit het gezichtspunt van de "gestippelde" waarnemer.
- b) Welke gebeurtenissen vinden voor beide waarnemers in dezelfde volgorde plaats, en welke niet?

Opgave 3 (L): Ruimtetijddiagrammen tekenen

Teken in drie afzonderlijke ruimtetijddiagrammen:

- a) De wereldlijnen van een lichtflits die in de oorsprong ontstaat.
- b) Het pad in de ruimtetijd van een liniaal van 1 ls lang, die op $t=0$ s tussen de punten $x=1$ ls en $x=2$ ls is uitgestrekt, en die met de helft van de lichtsnelheid naar rechts beweegt.
- c) Twee spiegels die met de helft van de lichtsnelheid naar links bewegen, en die zich op $t=0$ s bevinden op $x=0$ ls en $x=1$ ls. Teken ook een lichtflits die vanuit de oorsprong naar rechts beweegt en tussen deze twee spiegels heen- en weerkaatst.

Opgave 4 (D): Het relativiteitsbeginsel.

Een kogel met massa $m_1=2$ kg beweegt met een snelheid van $v_1=4$ m/s naar rechts. Een kogel met een massa $m_2=3$ kg beweegt met een snelheid van $v_2=6$ m/s naar links. De twee kogels botsen volkomen elastisch - dat wil zeggen: de totale impuls en kinetische energie zijn na de botsing behouden.

- a) Met welke snelheden vliegen de kogels na de botsing uit elkaar?
- b) Gebruik de Galileïtransformaties om de beginsnelheden en de in (a) gevonden eindsnelheden om te rekenen naar het referentiekader waarin de eerste kogel in eerste instantie stilstaat.
- c) Zijn in dit nieuwe stelsel totale impuls en energie ook behouden?

Opgave 5 (D): Galileïtransformaties en het optellen van snelheden

De Galileïtransformatie voor ruimtecoördinaten is

$$x' = x - v t$$

Laat zien dat dit betekent dat in Galileï's wereldbeeld snelheden bij elkaar opgeteld kunnen worden. Met andere woorden: als een trein in het bewegende referentiekader een snelheid u heeft, laat dan zien dat die trein in het stilstaande referentiekader een snelheid $u+v$ heeft.

Opgave 6 (D): Constructie van een ruimtelijn

In het hoorcollege is de richting van de ruimtelijnen van een bewegende waarnemer geconstrueerd door lichtflitsen naar twee bewegende waarnemers (links en rechts van de oorspronkelijke waarnemer) te sturen. In de NiNa-module wordt een andere methode gebruikt, die we hieronder zullen doorlopen.

- a) Teken in een ruimtetijddiagram de wereldlijn van een eenparig bewegende waarnemer die door de oorsprong gaat.

b) Teken de wereldlijn van een tweede waarnemer die met dezelfde snelheid beweegt, maar op een andere plaats start.

c) Teken een lichtflits die van de eerste waarnemer naar de tweede gaat, en vervolgens wordt teruggekaatst naar de eerste waarnemer.

d) Welk punt op de wereldlijn van de eerste waarnemer zou volgens hem gelijktijdig moeten zijn met het terugkaatsen van de lichtflits? Teken dit punt in het diagram.

e) Teken de ruimtelijn (dus: de lijn van gelijktijdige gebeurtenissen op verschillende plaatsen) die door de gebeurtenissen uit opgave (d) gaat.

f) Bonus: geef een meetkundig of rekenkundig bewijs dat ook in dit geval de hoek die de ruimtelijn maakt met de x-as gelijk is aan de hoek die de tijdlijn maakt met de t-as.