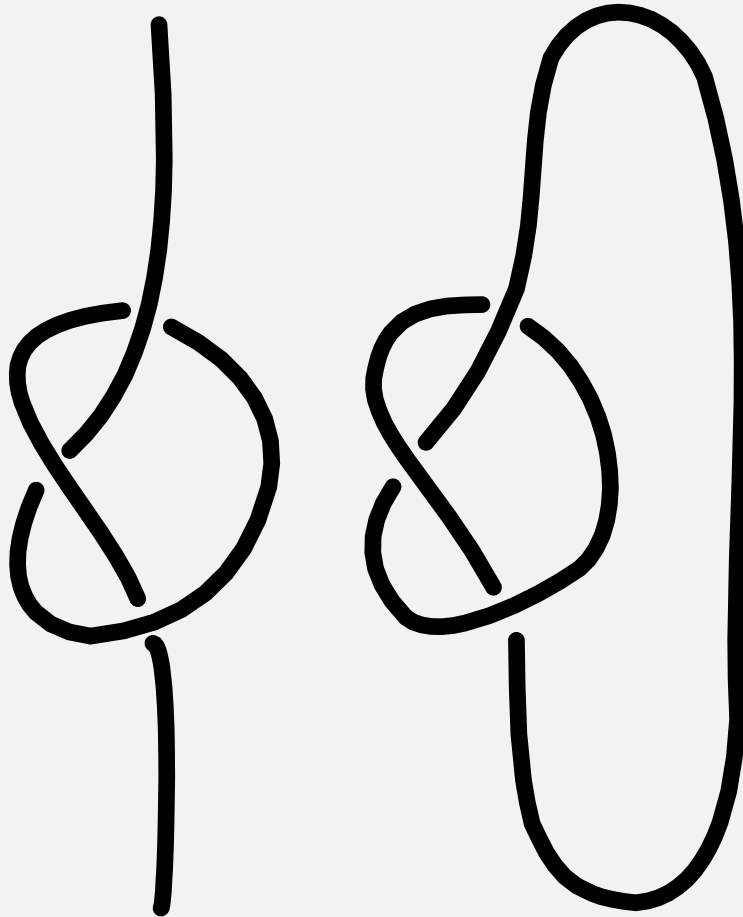


QUANTUMFYSICA IN DE KNOOP

Workshop Viva Fysica 2020 – Jeremy van der Heijden

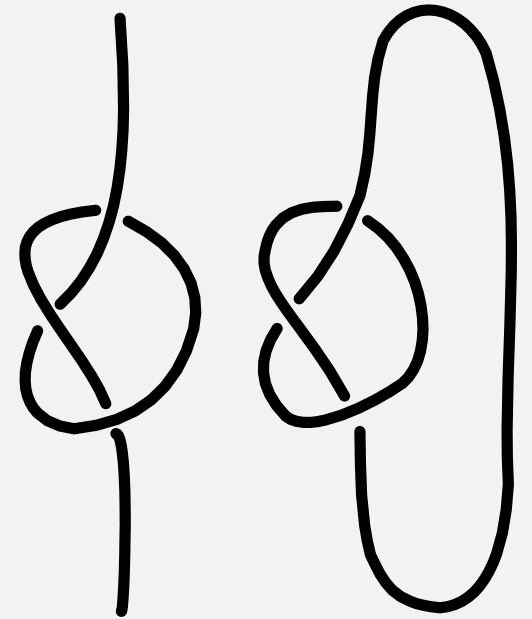
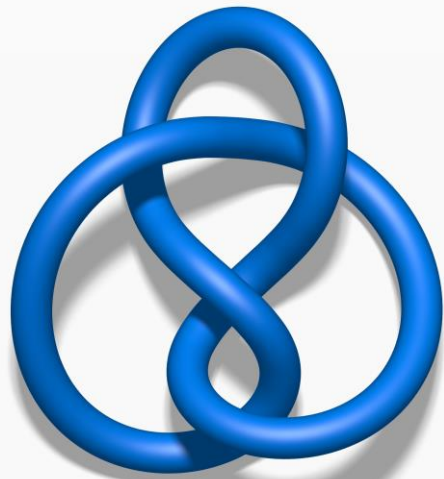
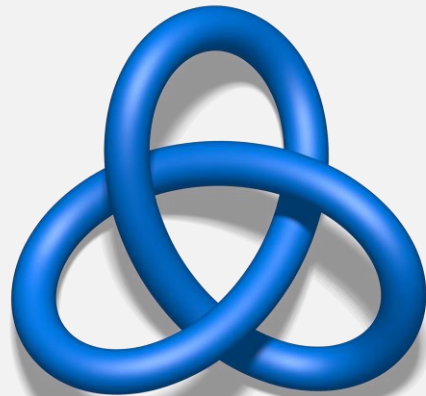


KNOPENTHEORIE



KNOPENTHEORIE

Een **knoop** is een wiskundige idealisering van een stuk touw waarvan de eindjes zijn samengebonden.



HISTORIE VAN DE KNOPEN

- Lord Kelvin: atomen als knopen in de ether (1867)
- Wiskundigen sinds eind 19^e eeuw geïnteresseerd in het beschrijven van de overeenkomsten en verschillen tussen allerlei soorten knopen
- Vaughan Jones: ontdekking van het Jonespolynoom (1984)
- Edward Witten: knopen en de quantumfysica!



IS DEZE KNOOP TE ONTWARREN?



IS DEZE KNOOP TE ONTWARREN?

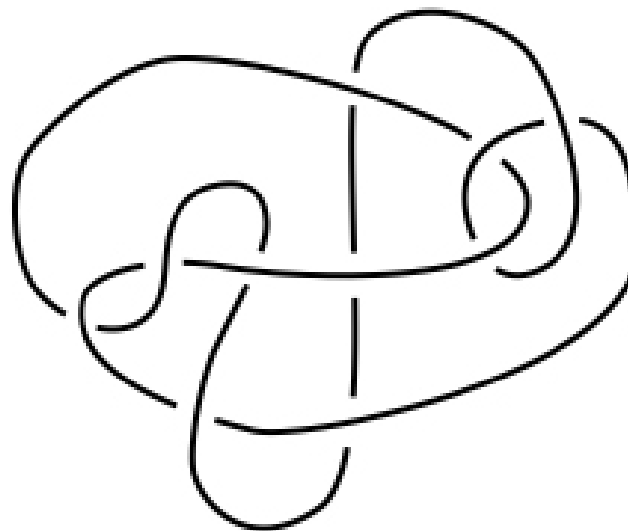


Figure 2 - The Culprit

Ja!

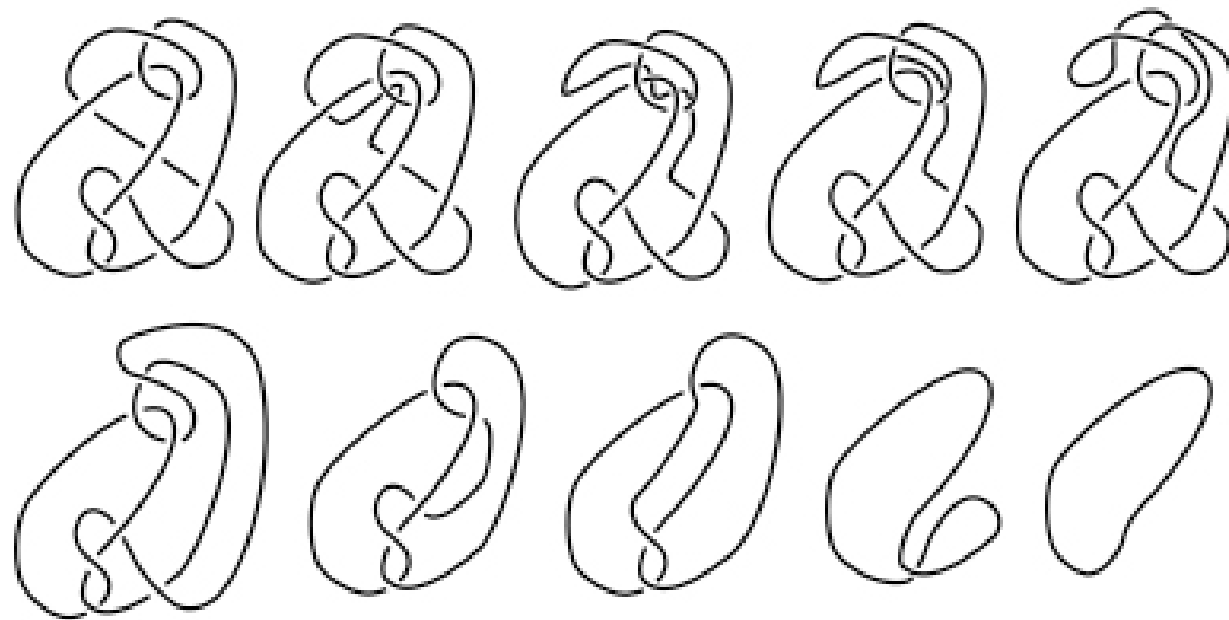
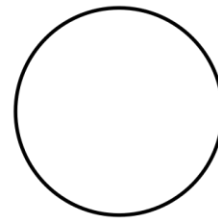


FIGURE 3. The Culprit Undone

OPDRACHT:
WELKE
KNOOP IS
HET?



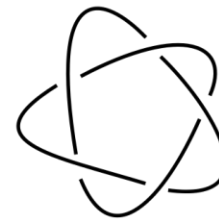
Unknot



3_1



4_1



5_1



5_2



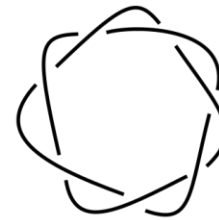
6_1



6_2



6_3



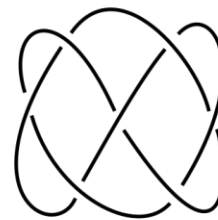
7_1



7_2



7_3



7_4



7_5



7_6



7_7

IS DEZE KNOOP TE ONTWARREN?

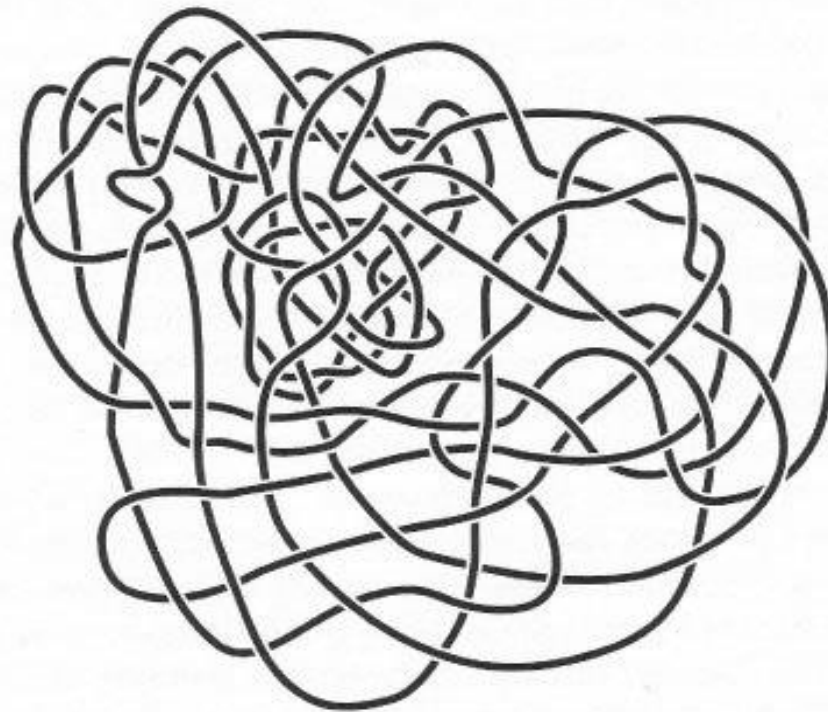


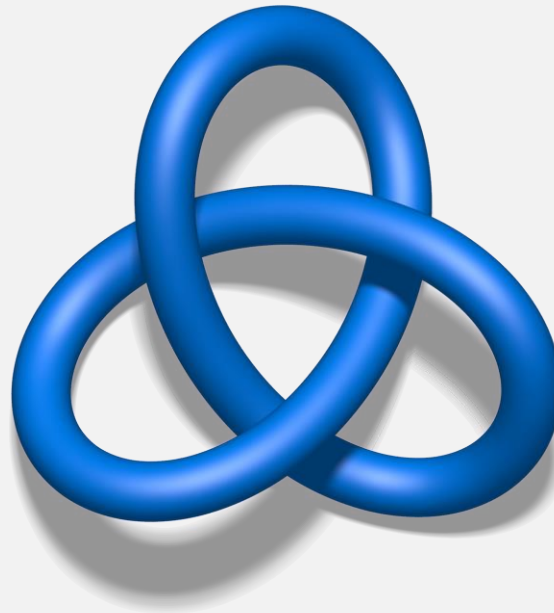
Figure 3.5. Wolfgang Haken's "Gordian knot."

?

DE WISKUNDE VAN KNOOPEN

- Hoe kun je *bewijzen* dat de knoop niet te ontwarren is?
- Gebruik knoopinvarianten!
- In 1984 heeft de wiskundige Vaughan Jones het **Jones polynoom** ontdekt $J_K(x)$
- Voor iedere knoop K kun je zo'n polynoom berekenen (bijv. $x^2 + 2x + 1$) en deze met elkaar vergelijken
- Is het Jones polynoom van een knoop *niet* gelijk aan 1? Dan kun je de knoop *niet* ontwarren!

**OPDRACHT: HOE BEREKEN JE HET
JONES POLYNOOM?**



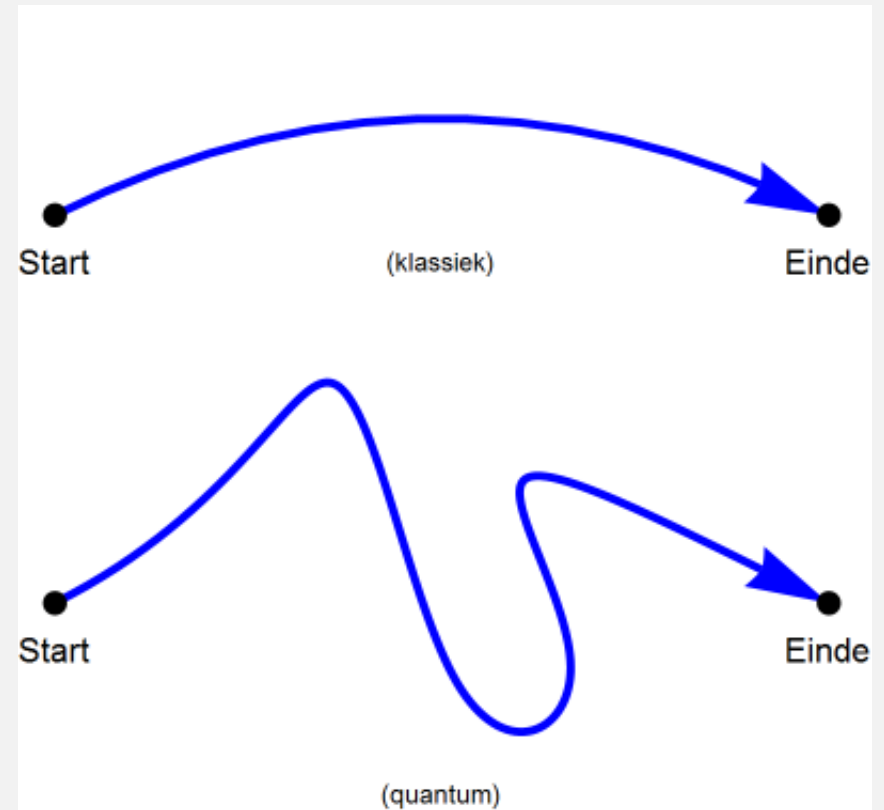


QUANTUMFYSICA

$$\langle x_t | e^{-i\hat{H}t/\hbar} | x_0 \rangle =$$

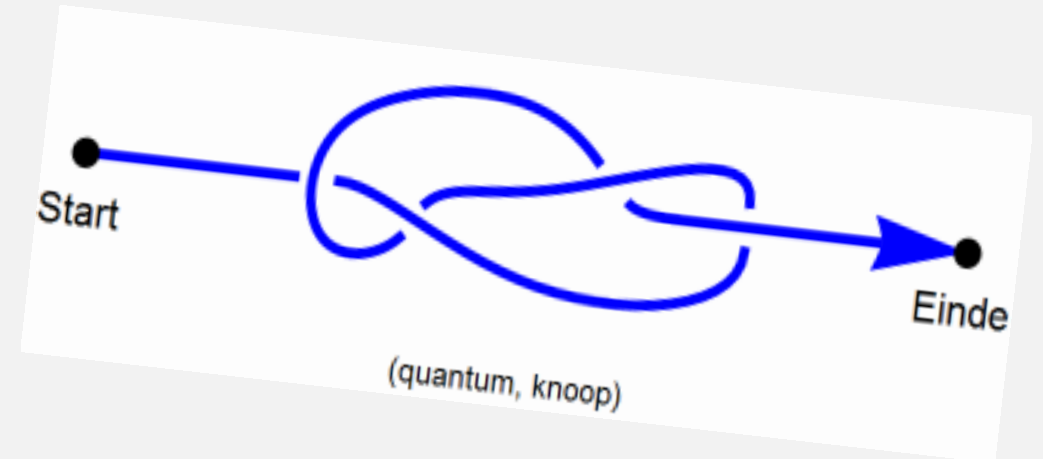
baan van een **klassiek deeltje** van punt A naar punt B wordt vastgelegd door de wetten van Newton

- Een **quantumdeeltje** kan alle mogelijke paden van A naar B beschrijven, elk met een bepaalde kans



QUANTUMFYSICA IN DE KNOOP

- De baan van het quantumdeeltje kan ook in de knoop zitten
- De kans op deze baan K kun je uitreken met behulp van een ‘Wilsonoperator’ $W_K(x)$

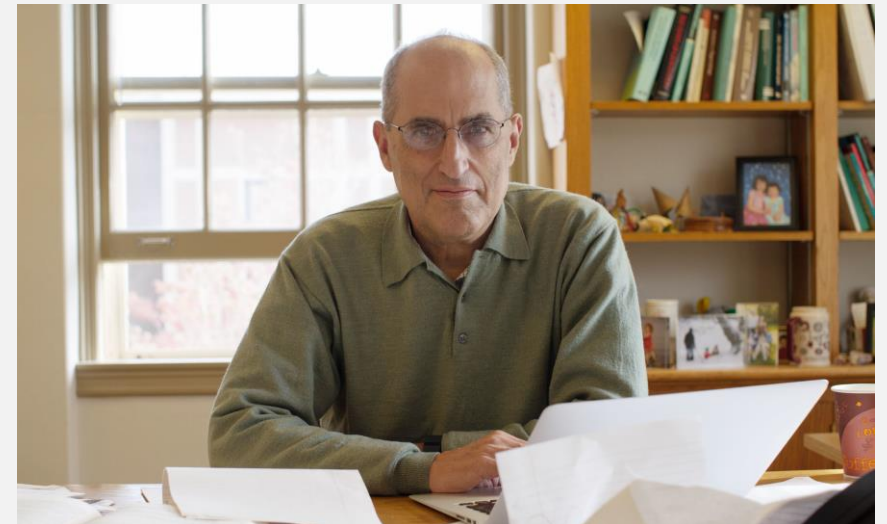


$$W_C := \text{Tr} \left(\mathcal{P} \exp i \oint_C A_\mu dx^\mu \right).$$

QUANTUMFYSICA IN DE KNOOP

- Edward Witten heeft in 1989 laten zien dat de waarde van $W_K(x)$ gemiddeld over alle 'quantummogelijkheden' gelijk is aan het Jones polynoom

$$\langle W_K(x) \rangle = J_K(x)$$



BEDANKT
VOOR DE
AANDACHT

