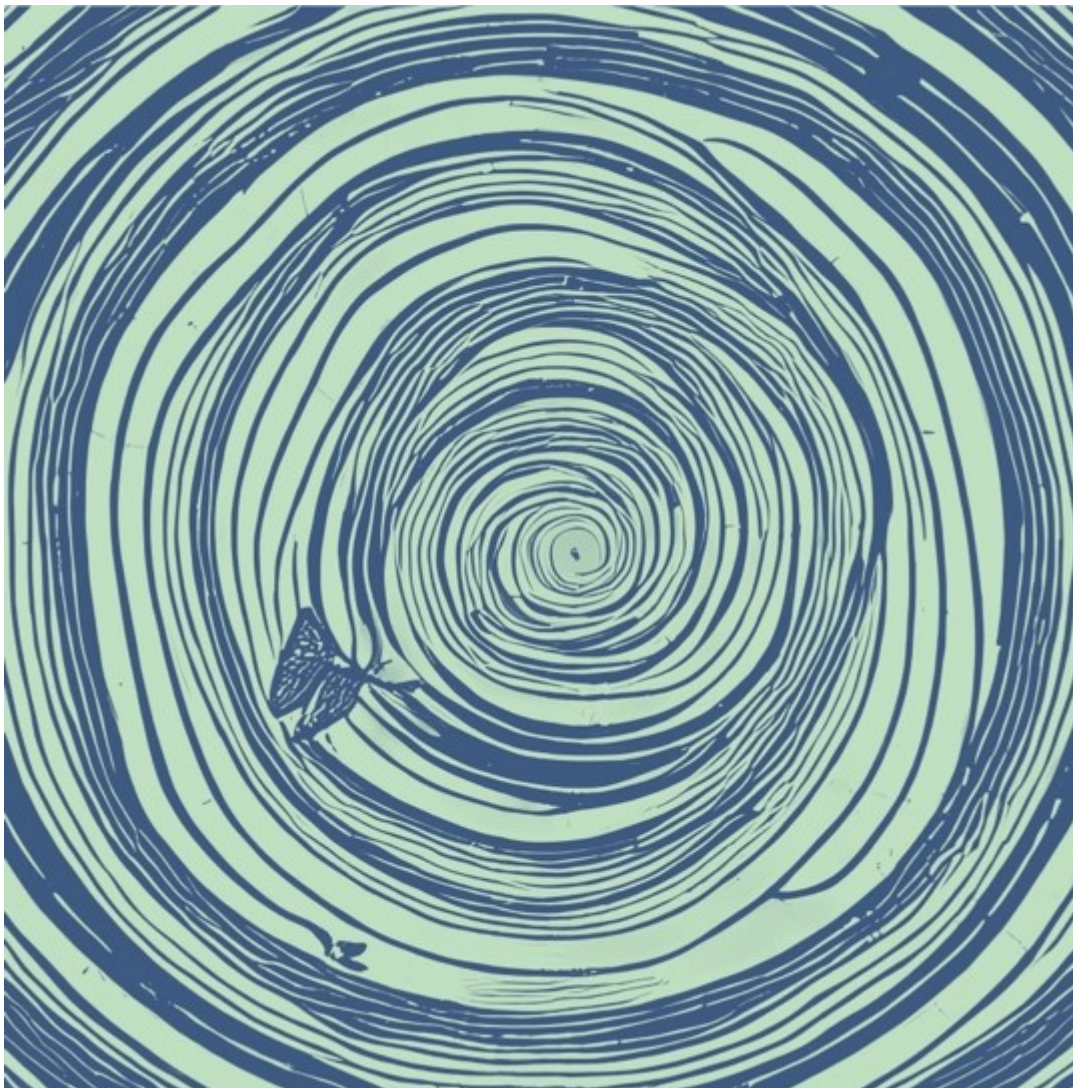


Chaos, wormgaten, en holografie

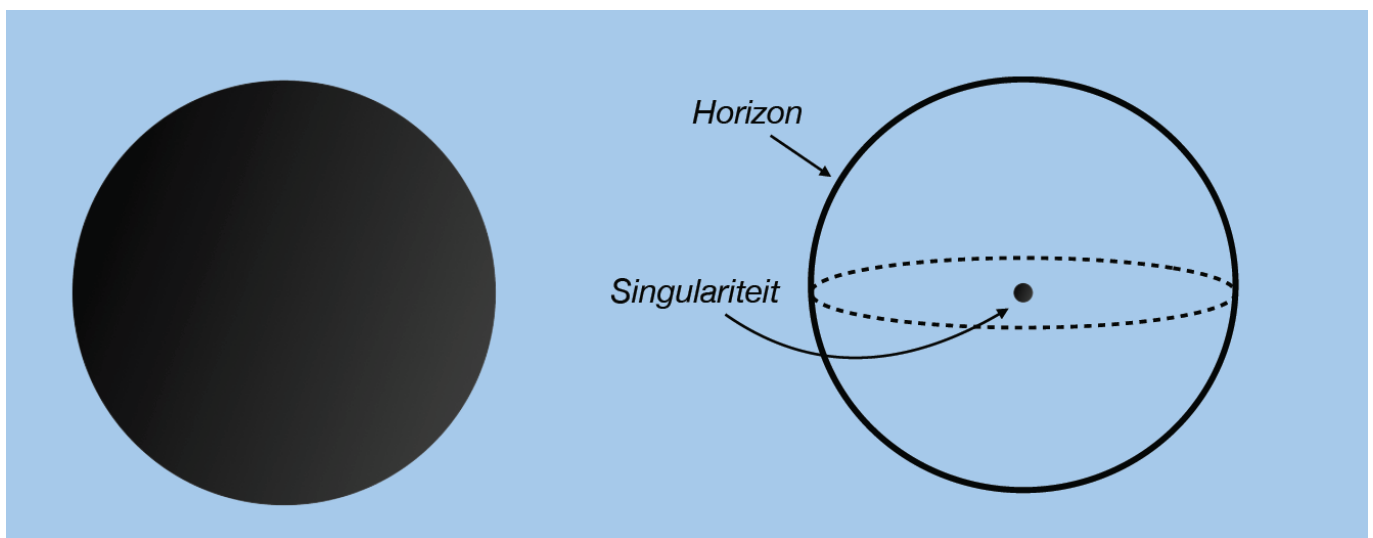
Hoe ziet een quantumtheorie voor zwarte gaten eruit? Wat heeft chaostheorie te maken met wormgaten? En wat bedoelen we als we zeggen dat het universum een hologram is? Dit zijn enkele vragen die ter sprake komen in mijn proefschrift getiteld *Chaos, wormgaten en holografie* dat ik aanstaande vrijdag zal verdedigen. In dit artikel vind je alvast een voorproefje van de belangrijkste resultaten.



Afbeelding 1. Een zwart gat en een vlinder. Detail uit de voorkant van het proefschrift.

Zwarte gaten

[Zwarte gaten](#) zijn bijzondere objecten in het heelal. Wanneer je probeert om te veel massa in een te klein volume te stoppen, is het resultaat een object met zo'n sterke aantrekkingskracht dat niets eraan kan ontsnappen. Dit gebeurt bijvoorbeeld als een ster tegen het einde van zijn leven onder invloed van zijn eigen zwaartekracht in elkaar stort. Zelfs licht, dat een soort universele snelheidslimiet verschaft, kan niet aan de enorme aantrekkingskracht die dan ontstaat ontsnappen. Het resultaat is een *waarnemingshorizon*: een fictief grensvlak dat alles aan het zicht onttrekt.



Afbeelding 2: Horizon en singulariteit. Een zwart gat heeft een singulariteit, een punt middenin waar alle massa is gelokaliseerd, en een horizon die de grens aangeeft van waaruit je niet meer kunt ontsnappen. Van buitenaf ziet de horizon eruit als een zwart boloppervlak.

Het kwam als een grote verrassing toen Stephen Hawking in de jaren zeventig aantoonde dat zwarte gaten niet volledig zwart zijn wanneer je ook rekening houdt met quantumeffecten bij de horizon. De quantummechanica voorspelt namelijk dat zwarte gaten een deel van hun energie kwijtraken in de vorm van straling. Deze *Hawkingstraling* geeft aanleiding tot veel van de raadsels rondom zwarte gaten. Aangezien een zwart gat straalt, kun je er een temperatuur aan toekennen. Een object met een temperatuur heeft ook een [entropie](#) die volgens de standaardregels van de statistische fysica het aantal microscopische configuraties telt dat je met een bepaalde macroscopische toestand van het systeem kunt associëren.

In gebruikelijke thermodynamische systemen schaalde de entropie met het *volume* van het systeem: als het systeem bijvoorbeeld in volume verdubbelt, verdubbelt ook de entropie.

Zwarte gaten daarentegen lijken een ander soort regel te volgen: ze hebben een entropie die schaalt met het *oppervlak* van de horizon. Terwijl we voor een heet gas weten wat er door de statistische entropie geteld wordt, namelijk de verschillende configuraties van de individuele moleculen waaruit de gaswolk bestaat, is de situatie voor een zwart gat veel moeilijker. Wat de microtoestanden in dat geval zijn, en waarom ze een oppervlaktewet volgen, is nog steeds een groot mysterie.

Het holografisch principe

Het feit dat de entropie van een zwart gat een oppervlaktewet volgt, gaf aanleiding tot het [holografisch principe](#): een theorie van quantumzwaartekracht is 'dual' aan (heeft precies dezelfde wiskundige beschrijving als) een quantumtheorie zonder zwaartekracht die in één dimensie minder leeft. Hierbij gedraagt zwaartekracht zich dus als een soort hologram, waarbij de informatie van een driedimensionaal beeld is gecodeerd in een tweedimensionaal object.

Verrassend genoeg is er een natuurkundig model gevonden waarin het idee van holografie op een mooie manier wordt gerealiseerd: de [AdS/CFT-correspondentie](#). Deze correspondentie relateert op een holografische manier quantumzwaartekracht aan een quantumtheorie zonder zwaartekracht. Helaas gaat de AdS/CFT-correspondentie niet over ons eigen universum, waarin de kosmologische constante – een maat voor de hoeveelheid energie in de lege ruimte – positief is, maar over zwaartekracht in *Anti-de Sitterruimte* (AdS), een denkbeeldig universum met een negatieve kosmologische constante. Vanuit een wiskundig perspectief zijn beide universa echter oplossingen van Einsteins vergelijkingen, en een gedetailleerd begrip van AdS-zwaartekracht kan ons hopelijk iets leren over quantumzwaartekracht in ons eigen universum.

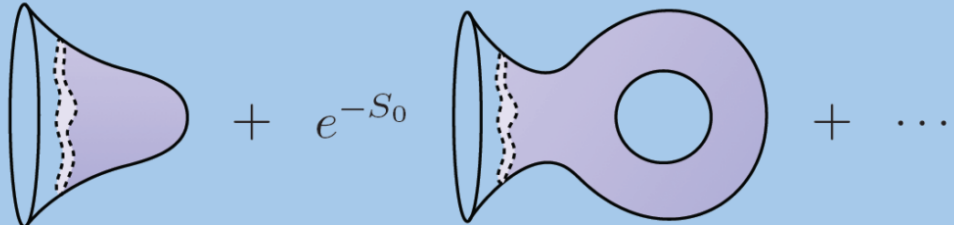


Afbeelding 3. AdS/CFT als een soepblik. De informatie op de rand van het blik (de CFT) vertelt je als het goed is precies wat er in het blik (de AdS-ruimte) zit. Foto: [Famartin](#).

De CFT (een Engelse afkorting voor 'conforme veldentheorie', een speciaal soort quantumtheorie met veel symmetrie) bevindt zich op de asymptotische rand van de AdS-ruimte. In die zin werkt de dualiteit een beetje als een soepblik: Door de buitenkant te lezen kun je construeren wat er binnenin gebeurt. De AdS/CFT-correspondentie bestaat uit een uitgebreid 'woordenboek' dat een manier biedt om bepaalde grootheden van de ene theorie naar de andere te vertalen. Zo'n dualiteit is buitengewoon handig: om een moeilijk probleem in de zwaartekracht op te lossen, kun je het te vertalen naar een gemakkelijker vraagstuk in de CFT, of andersom. Hoewel we in de loop der jaren veel aspecten van de AdS/CFT-correspondentie hebben begrepen, zijn er nog steeds veel open vragen. Een aantal van deze vragen komen in mijn proefschrift aan de orde.

Euclidische wormgaten

Een van de vragen heeft betrekking op de [padintegraal](#). Het padintegraalformalisme is een manier om een specifieke natuurkundige theorie te *quantiseren*: het idee is om bij een bepaalde berekening alle mogelijke uitkomsten te ‘middelen’, waarbij iedere uitkomst een bepaald gewicht heeft (dit gewicht kan worden uitgedrukt in termen van een grootte die de *actie* heet). De uitkomsten die klassiek niet mogelijk zijn worden gezien als quantumcorrecties op het eindantwoord. Je kunt proberen dezelfde techniek toe te passen op zwaartekracht. Het toevoegen van quantumfluctuaties van de ruimtetijd zelf is echter een zeer ingewikkelde onderneming. Om die reden bestudeer ik een eenvoudig model voor *tweedimensionale* zwaartekracht waarbij het mogelijk is om een klasse van dergelijke bijdrages, die overeenkomen met meetkundes met een afwijkende *topologie*, precies te berekenen.

$$Z(\beta) = e^{S_0} \text{ (schijfje) } + e^{-S_0} \text{ (donut) } + \dots$$


Afbeelding 4. De padintegraal. De padintegraal in tweedimensionale AdS-zwaartekracht als een som over topologieën. De eerste term heeft de vorm van een schijfje (dat gekromd is weergegeven). De tweede term heeft een extra handvat, zoals bij een donut ook het geval is, en heeft om die reden een andere topologie. De factoren voor de figuren staan geven aan dat beide termen een ander gewicht hebben.

Topologie is de wiskundige term die de globale vorm van een object beschrijft: het is een van de eigenschappen die een tennisbal en een donut verschillend maakt. (Zie bijvoorbeeld [dit artikel](#) dat ik eerder schreef over een toepassing van topologie in de natuurkunde.) Het idee van topologie wordt in mijn proefschrift gebruikt om quantumcorrecties op de ruimtetijd te bestuderen. De padintegraalberekening omvat meer algemene topologieën, waar de ruimtetijd bijvoorbeeld handvatten (zoals bij een donut) of extra randen kan hebben. Een

belangrijke bijdrage wordt geleverd door *Euclidische wormgaten* die meerdere randen van de ruimtetijd verbinden door een soort tunnel. Verrassend genoeg blijken de niet-triviale oppervlakken belangrijke informatie over de onderliggende microscopische theorie te bevatten: ze wijzen op een diepe connectie met *quantumchaos*. Bekijk ook vooral een uitgebreider [artikel](#) dat ik eerder schreef over de interpretatie van Euclidische wormgaten in de duale randtheorie.



Afbeelding 5. Donuts. De donut als het standaardvoorbeeld van een niet-triviale topologie.

Foto: [Ramon Boersbroek](#).

Quantumchaos

[Chaostheorie](#) gaat over de verborgen structuur in ogenschijnlijk chaotische systemen. In populaire fictie wordt chaos vaak geassocieerd met het 'vlindereffect', waarbij het fladderen van de vleugels van een vlinder de precieze details van een tornado weken later kan beïnvloeden. Met andere woorden: kleine veranderingen kunnen uit de hand lopen, en dramatische gevolgen hebben. Dit is een kenmerk van chaos in *klassieke* systemen. Om iets soortgelijks voor *quantumsystemen* te vinden is veel moeilijker. Een belangrijk kenmerk dat

men heeft ontdekt is dat de mogelijke energieniveaus van een chaotisch quantumstelsel over het algemeen aan zeer strikte regels voldoen: twee van deze energieniveaus stoten elkaar als het ware af, wat betekent dat ze de neiging hebben om uit elkaars buurt te blijven. Dit gedrag wordt goed gemodelleerd door '[toevalsmatrixtheorie](#)', een quantummechanisch model waarbij de energieën worden gekozen uit een statistisch ensemble.



Afbeelding 6: Het vlindereffect. Chaostheorie wordt gekenmerkt door de sterke afhankelijkheid van begincondities: een kleine verandering in de beginconditie kan op den duur grote gevolgen hebben. Dit wordt vaak geïllustreerd aan de hand van een vleugelslag van een vlinder in Brazilië, die uiteindelijk een tornado in Texas tot gevolg kan hebben. Foto: [Candace Lindemann](#).

Er zijn aanwijzingen dat zwarte gaten voldoen aan dezelfde regels van quantumchaos. Zo zijn het bijvoorbeeld snelle '*scramblers*': informatie die het zwarte gat binnenkomt wordt heel snel over de horizon verspreid. Bovendien hangt de uitkomst van een deeltjesproces dicht bij

de horizon, bijvoorbeeld het verschil tussen naar binnen vallen of ontsnappen, sterk af van de precieze begintoestand – een versie van het vlindereffect. In mijn proefschrift gebruik ik de padintegraal om de chaotische eigenschappen van quantumsystemen zoals zwarte gaten in bredere zin te begrijpen. Ik laat zien hoe de kleine quantumeffecten die het individuele energieniveau bepalen meetkundig kunnen worden gerealiseerd in termen van de verschillende topologieën. Uit deze berekening volgt inderdaad dat de energieniveaus elkaar afstoten: daarmee toon ik aan dat een zwart gat in tweedimensionale AdS-ruimtetijd inderdaad quantumchaotische eigenschappen heeft.

Ben je naar aanleiding van dit artikel nieuwsgierig geworden? Mijn volledige proefschrift is [terug te vinden in de digitale bibliotheek van de UvA](#).