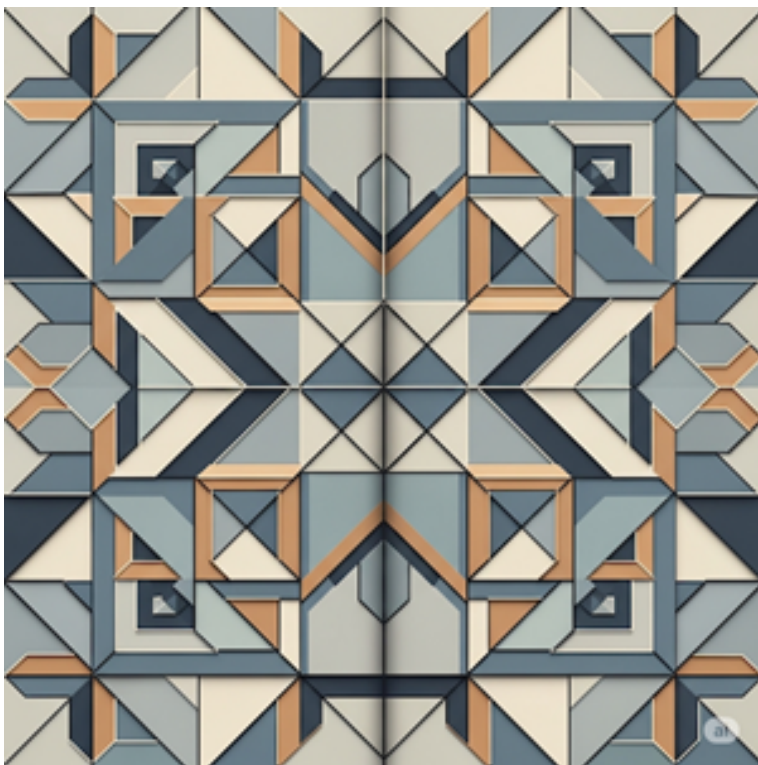


De symmetrie van de zwaartekracht

De hedendaagse theoretische natuurkunde houdt zich voor een groot deel bezig met de zwaartekracht, die tegenwoordig begrepen wordt als de [kromming van de ruimtetijd zelf](#). De drie andere natuurkrachten - de elektromagnetische kracht en de twee kernkrachten - worden al betrekkelijk goed begrepen, en dat is grotendeels te danken aan het feit dat deze krachten een bijzonder soort symmetrie vertonen: een [ijksymmetrie](#). Het ligt dus voor de hand om te onderzoeken of de zwaartekracht óók zo'n ijksymmetrie vertoont. In dit artikel leg ik uit dat dat inderdaad het geval is, al zitten daar wat haken en ogen aan.



Afbeelding 1. Een vlak met allerlei symmetrieën. Bron: Gemini.

Globale en lokale symmetrieën

Laat ik eerst een stapje terug doen en herhalen wat *symmetrie* in de fysica überhaupt betekent. We hebben daar op de Quantum Universe-website al veel over geschreven: kijk [hier](#) maar eens. Kort gezegd zijn symmetrieën transformaties van een systeem die de wetten die dat systeem beschrijven niet veranderen. Een voorbeeld is de *translatiesymmetrie* (translatie is een moeilijk woord voor verplaatsing of verschuiving) van een voorwerp in de lege ruimte. Je kunt dat voorwerp naar een andere plek in de ruimte verplaatsen, maar dat zal niet veranderen hoe dat voorwerp zich gedraagt. Een zeer belangrijk gegeven bij symmetrieën is dat ze altijd met een bijbehorende *behouden grootheid* gepaard gaan. Dat feit heet de [stelling van Noether](#) en wordt dikwijls aangehaald als een van de belangrijkste ontdekkingen van de moderne natuurkunde. Voor de bovengenoemde translatiesymmetrie is de bijbehorende behouden grootheid de *impuls*, dus eigenlijk de massa keer de snelheid van het object. In andere woorden: als een systeem een translatiesymmetrie vertoont, dan is de totale impuls van dat systeem behouden (die verandert niet).

Wat belangrijk is om op te merken aan het voorbeeld van translatiesymmetrie, is dat je die translatie (verschuiving) *overal* op dezelfde manier moet uitvoeren. Je kunt niet het ene deel van een object verplaatsen maar het andere niet – de wetten die het systeem beschrijven, veranderen dan op een wezenlijke manier. Denk bijvoorbeeld aan de aarde met daaromheen de maan, en beeld je even in dat er voor de rest niets bestaat in het heelal. Als we beide hemellichamen in dezelfde richting en over dezelfde afstand zouden verplaatsen, dan zou er niets veranderen. De maan zou op dezelfde manier om de aarde blijven draaien. Maar als we aarde en maan verschillend zouden verplaatsen, dan zouden we dat wel degelijk merken: de maan zou een andere baan om de aarde aannemen, eb en vloed zouden anders worden, enzovoort. Technisch gezien moeten we, om niets te veranderen, ook de zon, andere zonnestelsels, de hele Melkweg – kortom, het hele universum – meeverplaatsen. Translatiesymmetrie kan je dus niet anders uitvoeren op verschillende plekken – dan zou de symmetrie niet meer opgaan. We noemen zulke symmetrieën om die reden *globaal*. Daarmee bedoelen we simpelweg dat je zo'n symmetrie *overal* in de ruimte op dezelfde manier moet toepassen.

Er zijn echter ook symmetrieën die juist *lokaal* zijn. Dat betekent dat je ze op iedere plek anders kunt uitvoeren, zonder ook maar iets werkelijks te veranderen. We noemen dat

ijksymmetrieën. Pim van den Heuvel heeft daar [vorige week](#) al uitgebreid aandacht aan besteed in de context van elektromagnetisme. Het doel van dit artikel zal zijn om uit te leggen wat de ijksymmetrie van de zwaartekracht is. Om dat te kunnen doen moet ik echter eerst verhelderen wat ik nu precies bedoel als ik schrijf dat een ijksymmetrie een lokale symmetrie is.

Laten we daarom een beroemd voorbeeld van een ijksymmetrie bekijken: dat van de sterke kernkracht. Dit klinkt misschien intimiderend omdat de sterke kernkracht wat minder bekend is dan de elektromagnetische kracht, maar eigenlijk is het kernidee (woordspeling bedoeld!) van een *ijksymmetrie als lokale symmetrie* het makkelijkst uit te leggen voor de sterke kernkracht. Natuurkundigen hebben een heel leuke benaming bedacht voor de *ladingen* van de sterke kernkracht: rood, groen en blauw. Een lading is een getal, of algemener een verzameling getallen genaamd een *vector*, waarmee je aangeeft hoe sterk een voorwerp een kracht voelt. Elektrische ladingen zijn ons allen welbekend: als je ooit per ongeluk een stuk schrikdraad hebt aangeraakt, dan heb je elektrische ladingen wel voelen stromen! Om elektrische lading te beschrijven hebben we maar één getal nodig, al kan dat wel positief of negatief zijn. De sterke kernkracht heeft echter maar liefst drie verschillende ladingen, die we dus rood, groen en blauw hebben genoemd. Ook die kunnen trouwens ieder positief en negatief zijn; dat noemen we dan antirood, antigroen en antiblauw.

Maar waarin schuilt dan precies die ijksymmetrie van de zwakke kernkracht? Nou, dat zit hem in het feit dat het eigenlijk niet uitmaakt wat we nou rood, groen en blauw noemen. We kunnen die benamingen net zo goed omdraaien, dus bijvoorbeeld rood naar groen, groen naar blauw en blauw naar rood. Of juist rood naar blauw en blauw naar rood, waarbij groen hetzelfde blijft. We kunnen ze zelfs mengen, net als bij een verfpallet! Dus rood naar rood met een beetje blauw erbij, en tegelijk bij blauw nog wat groen, en bij groen nog wat rood. Of half rood en groen, half groen en blauw, half blauw en rood, ga zo maar door... Kortom, het maakt eigenlijk niets uit hoe we de mogelijkheden in drie kleuren opdelen, zolang we maar drie *assen* hebben aan de hand waarvan we alle mogelijke kleurencombinaties kunnen classificeren. De symmetrie van de zwakke kernkracht bestaat daarom uit alle mogelijke rotaties van die drie assen. Natuurkundigen noemen die symmetrie $SU(3)$. Voor de liefhebbers: SU staat voor de *Speciale Unitaire* [matrices](#), waarbij zo'n matrix werkt op de bovengenoemde vector.



Afbeelding 2. Rood, groen en blauw zijn de drie ladingen van de sterke kernkracht. Bron: Gemini.

Nu blijkt zelfs dat je de drie kleuren van de sterke kernkracht op ieder punt in de ruimte apart kunt hernoemen, zonder dat dat ook maar iets uitmaakt voor de werkelijkheid! Je kunt dus zo'n rotatie uit $SU(3)$ op iedere plek anders uitvoeren, en dat geeft een werkelijk reusachtige symmetrie, bestaande uit alle mogelijke combinaties van alle mogelijke kleurvermengingen op alle punten van de ruimte, en zelfs op elk moment in de tijd. In die zin is deze symmetrie *lokaal*: je kunt het wel hier maar niet daar doen – niets gebiedt je om de symmetrie overal op dezelfde manier uit te voeren. Dit staat dus in tegenstelling tot de eerdergenoemde *globale* symmetrie.

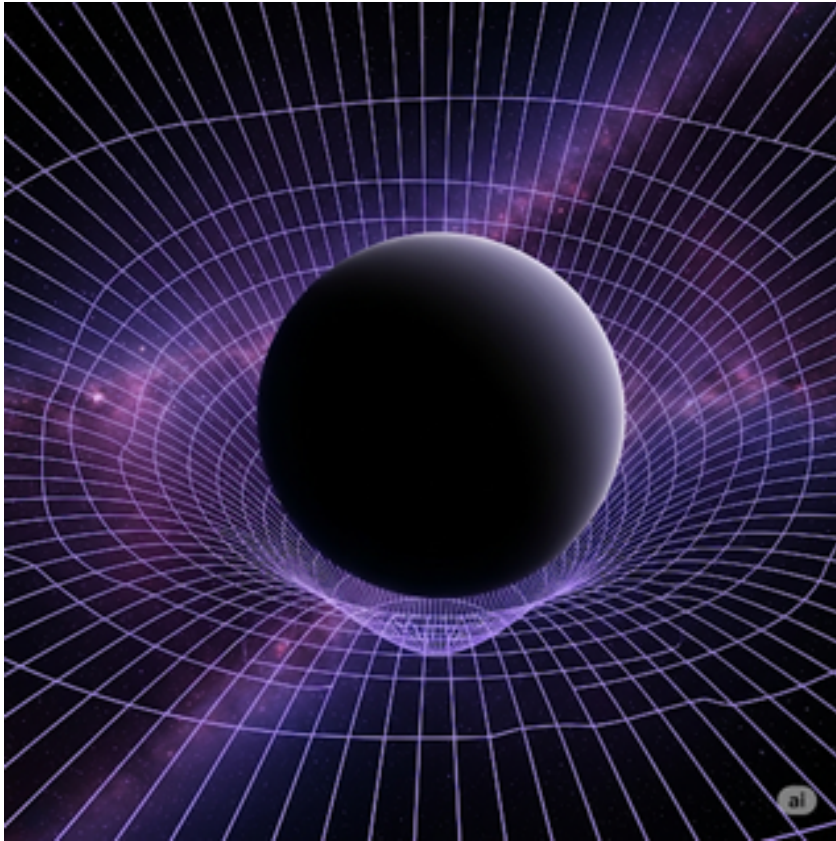
De andere twee fundamentele atoomkrachten, de elektromagnetisch kracht en de zwakke kernkracht, heb ook een lokale symmetrie. Bij de zwakke kernkracht zijn er twee ladingen, maar is die symmetrie *gebroken* – een verschijnsel bekend als het *higgsmechanisme*. Pim van den Heuvel schrijft daarover in zijn serie [Waar komt massa vandaan?](#) Bij de elektromagnetische kracht is er zoals eerder gezegd maar één lading, wat het iets minder begrijpelijk maakt hoe je die ene as kunt ronddraaien. We hadden het dan eerst over

[complexe getallen](#) moeten hebben.

Lokale lorentzsymmetrie

De ontdekking dat de elektromagnetische kracht en zwakke en sterke kernkrachten alle drie zo'n enorme, lokale symmetrie vertonen heeft de natuurkunde enorm geholpen bij het begrijpen van die krachten. Het heeft ons ook in staat gesteld ze te *quantiseren*, dus om er een quantumtheorie van te maken. Dit hebben onder anderen de Nederlandse nobelprijswinnaars Gerard 't Hooft en Martinus Veltman gedaan in de jaren zeventig. Omdat de lokale ijsymmetrieën zo handig zijn, ligt het voor de hand om na te gaan of de zwaartekracht ook zo'n symmetrie vertoont. Het antwoord is 'jazeke'. Sterker nog, de ijsymmetrie van de zwaartekracht is *nóg* groter dan die van de andere krachten.

De lokale symmetrie van de zwaartekracht bestaat namelijk uit twee onderdelen. Het eerste onderdeel heet *lokale lorentzsymmetrie* en is zeer vergelijkbaar met de symmetrie van de sterke kernkracht. Het tweede onderdeel komt voort uit het gegeven dat de zwaartekracht niet beschreven wordt door een krachtveld dat zich *in* de ruimtetijd bevindt, zoals het geval is bij het de elektromagnetische kracht en de sterke kernkracht, maar door een krachtveld dat de [kromming van de ruimtetijd zelf beschrijft](#). De zwaartekracht is in die zin niet iets wat je nog toevoegt aan de lege ruimtetijd, maar een eigenschap van die ruimtetijd. Hierdoor verkrijgt de zwaartekracht *nóg* meer symmetrie dan de andere natuurkrachten. Deze extra symmetrie wordt door natuurkundigen *algemene covariantie* genoemd. Het werd oorspronkelijk door Einstein bedacht, maar de precieze rol ervan in de natuurkunde wordt ook na honderd jaar door natuurkundigen en wetenschapsfilosofen nog altijd niet volledig begrepen. Toch zal ik een heldhaftige poging doen het uit te leggen!



Afbeelding 3. Zwaartekracht wordt begrepen als kromming van de ruimtetijd. Bron: Gemini.

We bekijken eerst het eerste onderdeel van de symmetrie van de zwaartekracht. Daarvoor kunnen we het beste even teruggaan naar Einsteins [speciale relativiteitstheorie](#) uit 1905. In die theorie stelde Einstein dat ruimte en tijd niet voor iedereen hetzelfde zijn, maar dat die twee er voor verschillende waarnemers anders uit kunnen zien en eigenlijk één geheel vormen dat we *ruimtetijd* noemen. Dat idee valt heel goed te begrijpen vanuit de symmetrieleer. Als ruimte en tijd aparte dingen waren, dan zou de wereld hoogstens symmetrieën vertonen die apart op de ruimte en tijd inwerken. Zo zou de wereld bijvoorbeeld een *rotatiesymmetrie* in de ruimte kunnen vertonen, waarbij de verschillende ruimterichtingen worden vermengd, maar geen symmetrie die ruimte *met tijd* vermengt.

Nu blijkt echter dat er, naast de symmetrieën van ruimte en tijd apart, nóg een symmetrie bestaat die de ruimte en de tijd juist vermengt. Die noemen we *lorentzsymmetrie*, naar onze vaderlandse trots (en Nobelprijswinnaar) Hendrik Lorentz. Lorentztransformaties maken van ruimte tijd en van tijd ruimte. Je moet de drie ruimte-assen en de enkele tijd-as dus niet als gescheiden zien, maar als één vierdimensionaal assenstelsel waarvan je de assen naar hartenlust kunt hernoemen. Dit werkt precies zoals de eerder beschreven kleurenassen van

de sterke kernkracht. Daar maakte het niet uit wat je nu precies rood, groen en blauw noemt, en bij de speciale relativiteitstheorie maakt het niet uit wat je nu precies x-as, y-as, z-as en tijd-as noemt. Die mag je door elkaar husselen. Bij de sterke kernkracht zagen we al dat die symmetrie $SU(3)$ heet. Bij de speciale relativiteitstheorie noemen we de symmetrie $SO(3,1)$, waar 3 voor de drie ruimte-assen en 1 voor de enkele tijd-as staat. Voor de liefhebbers: SO staat voor de *Speciale Orthogonale* matrices.

Welnu, bij de sterke kernkracht bleek dat we zo'n hernoeming van de drie kleuren apart op ieder punt van de ruimtetijd mogen doen, en dat dat een reusachtige, lokale ijkssymmetrie geeft. Bij de zwaartekracht werkt het net zo! We kunnen die x-as, y-as, z-as en tijd-as op *ieder punt* van de ruimtetijd vermengen. Je kan overal een onafhankelijke lorentztransformatie uit $SO(3,1)$ uitvoeren, zonder dat dat de zwaartekracht op een wezenlijke manier verandert. In andere woorden: de zwaartekracht vertoont ook een lokale ijkssymmetrie.

Algemene covariantie

Wonderbaarlijk genoeg blijkt het symmetrieverhaal van de zwaartekracht hier niet te eindigen. Zoals gezegd gaat het bij het zwaartekrachtsveld namelijk niet over iets dat zich overal in de ruimtetijd bevindt, maar over de ruimtetijd zelf. De ruimtetijd is echter iets dat losstaat van de coördinaten die wij voor de beschrijving ervan gebruiken. De één zegt misschien dat een bepaald punt op zoveel meter naar rechts ligt, terwijl iemand anders die verderop staat het daar niet mee eens is omdat die persoon andere coördinaten gebruikt. De ruimtetijd zelf verandert natuurlijk niet door zo'n coördinaatkeuze. Evenzo maakt het niet uit of je de hele tijd-as verschuift: de natuurwetten werken nu hetzelfde als zo meteen of gisteren. Er bestaan echter heel veel mogelijke coördinatenstelsels. Zo kun je een bewegend of roterend coördinatenstelsel hebben, of de tijdlijn herschalen. Eigenlijk kun je het zo gek maken als je wilt. Beeld je maar eens in dat je aan het schommelen bent. Je beweegt dan in een cirkelbeweging naar voren en achteren. Bezien vanuit de schommel lijkt de wereld om je heen een vreemde beweging te maken: alles gaat op en neer en draait tegelijk van je weg of juist naar je toe. Vanuit jouw coördinatenstelsel op de schommel beweegt alles om je heen, terwijl iemand die niet in de schommel zit vindt dat de wereld stilstaat en dat jij juist beweegt. Wie heeft er gelijk? Het diepe inzicht van de algemene relativiteitstheorie is dat de één niet meer gelijk heeft dan de ander. Alle coördinatenstelsels zijn in beginsel even valide,

al zijn sommige natuurlijk wel wat praktischer dan andere als je berekeningen wilt doen. Deze wezenlijke gelijkheid van alle mogelijke coördinatenstelsels noemen we *algemene covariantie*, en theorieën die niet veranderen wanneer je van coördinaten wisselt noemen we *algemeen covariant*. Algemene covariantie is echt iets anders dan de eerdergenoemde lokale lorentztransformaties, waarbij op een bepaald punt van de ruimtetijd alleen maar de ruimteassen en de tijd-as in elkaar gedraaid worden. Algemene covariantie laat daarentegen toe dat de punten van de ruimtetijd zelf door elkaar gehusseld worden doordat we van coördinaten veranderen. Het is dus ook een lokale symmetrie, maar of het nu echt een *ijsymmetrie* genoemd moet worden is maar de vraag. Over die vraag zijn hele boeken geschreven, maar helaas is het niet haalbaar om de mogelijke antwoorden erop hier uit te leggen. Misschien voor een volgend artikel!



Afbeelding 4. De wereld vanaf een schommel. Vanuit een schommel ziet de wereld er heel anders uit en gebruik je andere coördinaten dan gewoonlijk. Bron: Gemini.

Als laatste is het wel leuk om te noemen dat men er eigenlijk nog steeds niet over uit is of algemene covariantie nu echt een substantieel aspect van een natuurkundige theorie is. Einstein geloofde stellig van wel en was zeer in zijn nopjes met de algemene covariantie van zijn algemene relativiteitstheorie uit 1915, maar er zijn juist ook aanwijzingen dat algemene covariantie een “leeg principe” is. Dit is de beroemde *tegenwerping van Kretschmann* uit 1917, die stelt dat *iedere* natuurkundige theorie onmiddellijk in algemeen covariante vorm gegoten kan worden door simpelweg de ruimtetijd toe te voegen als onderdeel van die theorie. Na meer dan een eeuw redetwisten zijn onderzoekers in de grondslagen der fysica er nog steeds niet over uit wat nou de werkelijke betekenis van algemene covariantie is. Zeker is in ieder geval dat het een fascinerend begrip is!

In de zomermaanden verschijnt op de QU-site wekelijks een artikel op vrijdag. Vanaf september publiceren we weer elke dinsdag en vrijdag een artikel.