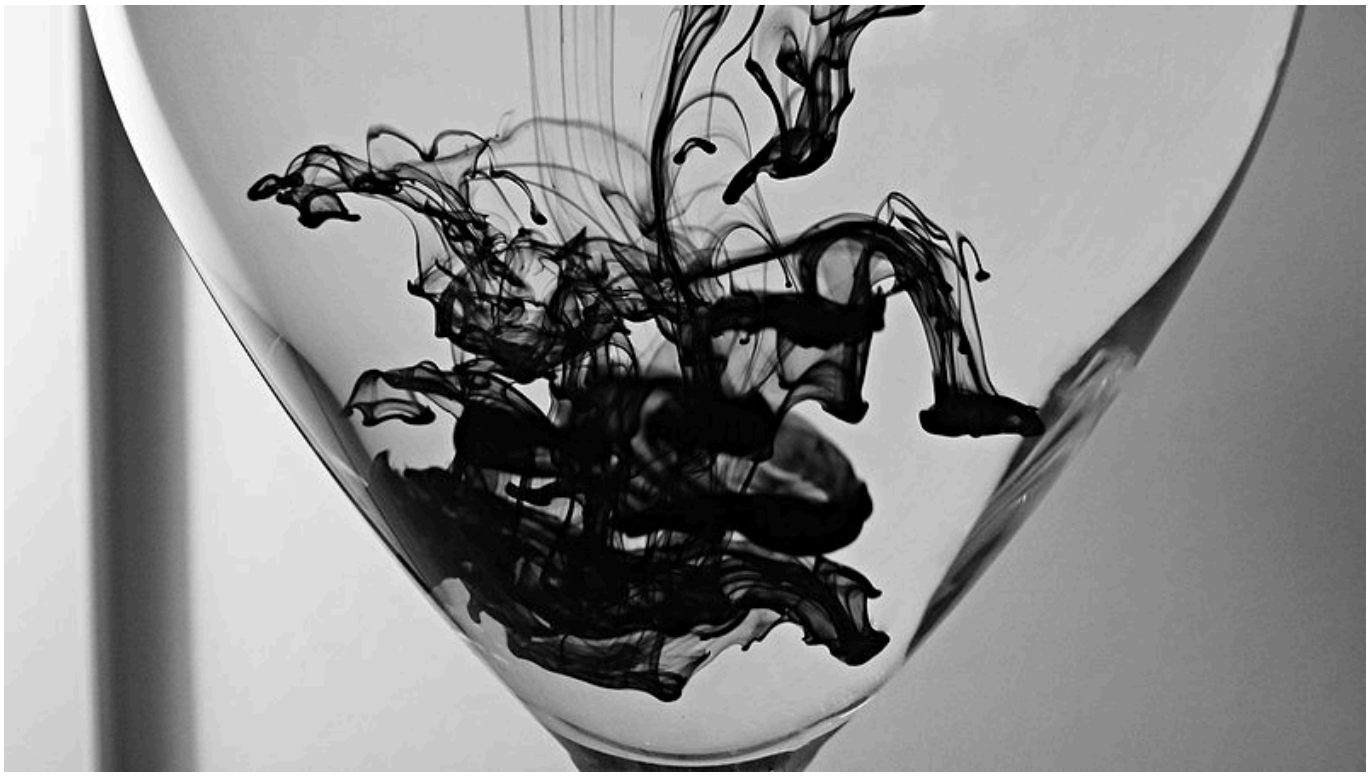
Een goed begin – het halve werk?

Natuurkunde doen betekent vaak: uit een bepaalde beginsituatie bepalen wat de eindsituatie zal zijn. Wiskundiger gezegd lossen we als natuurkundigen 'bewegingsvergelijkingen' op, en de vorm van de oplossing hangt af van de gekozen begincondities. Maar… in de wereld van de begincondities is niet elke keuze gelijk!



Afbeelding 1. Inkt in een glas water. Inkt verspreid zich in de loop van de tijd in water; waar een specifiek inktmolecuul eindigt hangt sterk af van de begincondities. Afbeelding: Zvonimir Lončarić.

Stel je de volgende twee situaties voor. In situatie 1 leggen we een voetbal bovenop de top van een berg. In situatie 2 leggen we dezelfde voetbal in het diepste punt van een dal. Een heel eenvoudige natuurkundige vraag is nu: wat zal er in de loop van de tijd gebeuren? Het antwoord is in beide situaties saai: niets! Als we geen invloed op de bal uitoefenen, zal die in beide situaties op zijn plek stil blijven liggen. De oplossing van ons probleem is dus in beide gevallen hetzelfde – maar is het probleem dat we hebben opgelost dat daarmee ook?

Dat het antwoord ‘nee’ is, zie je als je jezelf toestaat om *wel* wat invloed op de bal uit te oefenen. Geef de bal op de top van de berg een klein zetje, en hij zal beginnen te rollen – eerst langzaam, dan steeds sneller, tot hij de berg helemaal is afgerold. Geef de bal in het dal daarentegen een klein zetje, en hij zal misschien een klein stukje de heuvel oprollen, maar keert vervolgens alweer snel terug op precies hetzelfde punt. In een geïdealiseerde situatie zonder wrijving blijft de bal misschien eindeloos wat heen-en-weerrollen, maar de bal komt in elk geval nooit ver weg van waar hij begonnen is.

Stabiel en instabiel

Het verschil tussen de bal op de berg en de bal in het dal zien we dus pas als we de beginsituatie een beetje *verstoren*: als we kijken naar oplossingen van ons probleem die ‘in de buurt’ van de gekozen oplossing beginnen. Wat we daarbij een klein beetje variëren zijn de *begincondities*: de plaats, of eventueel de snelheid, die de bal op het begintijdstip van ons experiment heeft. Bij de bal op de berg heeft een kleine verstoring van de begincondities een groot effect op de einduitkomst. In wiskundige termen zeggen we dan: de oorspronkelijke oplossing van de stilliggende bal is *instabiel*. Verander ‘m op een bepaald tijdstip een klein beetje, en de gevolgen op een later moment zijn groot. De oplossing van de bal in het dal daarentegen is *stabiel*: je kunt die op elk moment een klein beetje veranderen, maar ook na langere tijd zullen de gevolgen daarvan klein blijven.

Het is in de natuurkunde belangrijk om niet alleen een bepaald probleem op te lossen, maar om ook te bepalen of de oplossing stabiel of instabiel is. Stabiele systemen zijn rustig – denk aan een brandende ster, die dat miljoenen of zelfs miljarden jaren kan blijven doen – terwijl instabiele systemen juist heel explosief kunnen zijn: letterlijk, want een bom die nog niet is afgegaan is het schoolvoorbeeld van een instabiel natuurkundig systeem.



Afbeelding 2. Een explosie. Explosies zijn schoolvoorbeelden van instabiele natuurkundige systemen. Foto: National Nuclear Security Administration / Nevada Site Office.

Instabiel, instabieler, instabielst

Natuurkundigen zijn echter niet alleen geïnteresseerd in de vraag of bepaalde begincondities stabiel zijn of niet. Ook in de wereld van de instabiele systemen bestaan er nog steeds grote verschillen. Kijk weer naar de bal op de top van de berg: die kun je in verschillende richtingen een zetje geven, en de bal zal dan in verschillende richtingen omlaag rollen. Er zijn dus veel verschillende oplossingen die 'vlakbij' onze beginoplossing beginnen, maar lang niet *elke* mogelijke oplossing kun je zien als een gevolg van een klein zetje. Zo bestaat er ook een oplossing van het probleem waarin de bal juist tegen de berg oprolt, en misschien de top wel nooit bereikt maar voor die tijd weer terugrolt. De toestanden waarin de bal in die oplossing is (bijvoorbeeld: halverwege de berg, met nog wat snelheid omhoog) zul je nooit kunnen bereiken door te beginnen met een bal op de top, en vervolgens die situatie een klein beetje te verstoren.

Vergelijk dit voorbeeld nu met dat van een inktdruppel die je in een glas water laat vallen. Wacht lange tijd, en uiteindelijk zul je een glaasje lichtblauw water overhouden: de moleculen

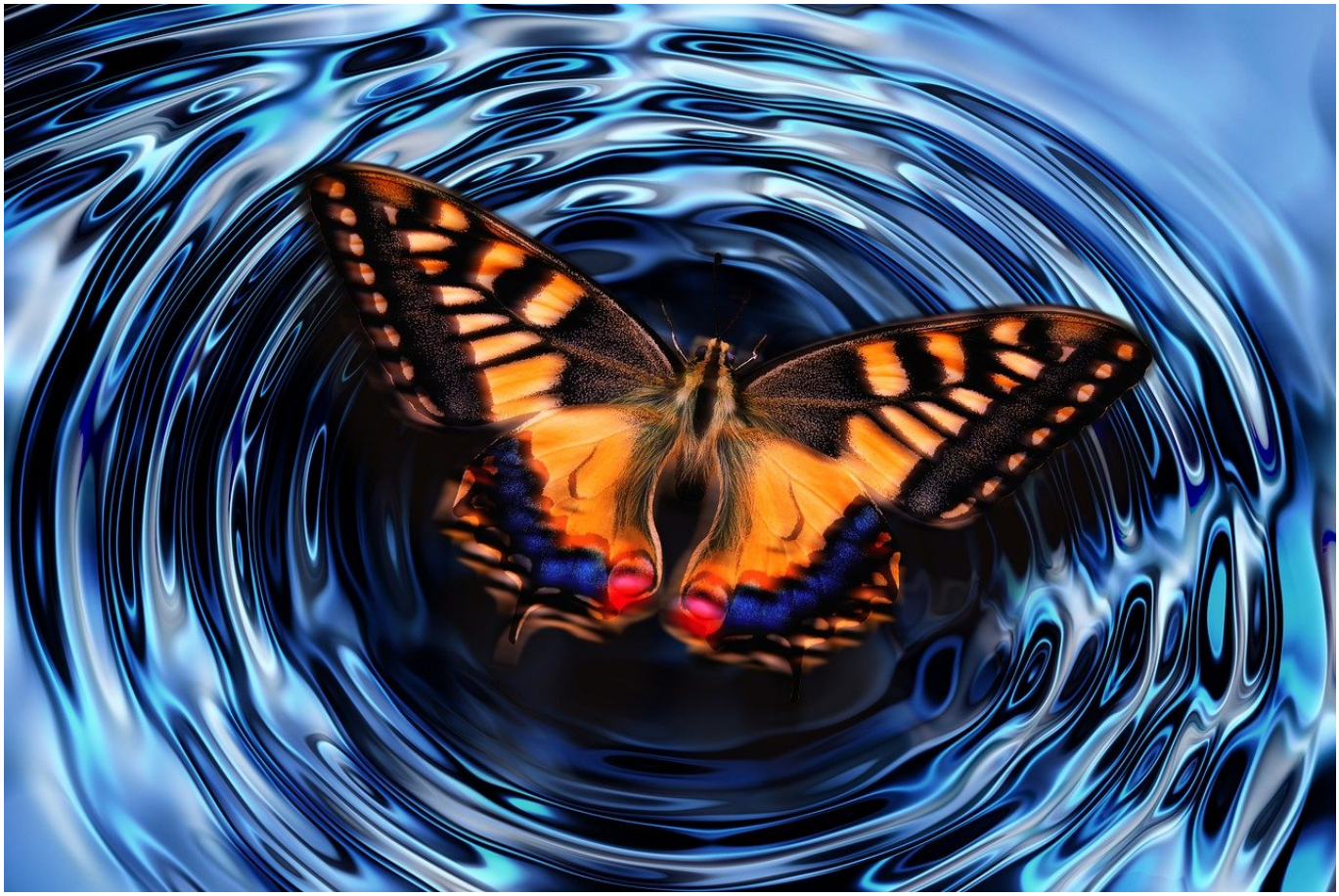
uit de inkt hebben zich door het hele glas verspreid. (En, minder makkelijk met het blote oog te zien: ze zullen ook allerlei verschillende snelheden hebben gekregen.)

In dit laatste experiment kun je de verschillende moleculen zien als nét iets andere keuzes van begincondities: elk molecuul raakt het wateroppervlak op een net iets andere plek, en met een net iets andere snelheid. De moleculen beginnen allemaal vlak bij elkaar, maar na lange tijd zijn ze op vrijwel *elke* plek in het glas terechtgekomen, en kunnen ze vrijwel *elke* mogelijke snelheid hebben. (‘Vrijwel’ elke, want behoud van energie begrenst die snelheden natuurlijk wel.)

Een systeem zoals een inktmolecuul in een glas water, waarin we door een kleine variatie van de beginvoorwaarden niet alleen heel verschillende eindsituaties kunnen krijgen, maar zelfs *elke* eindsituatie kunnen bereiken (zolang daarbij wetten als energiebehoud niet worden geschonden) noemen we *ergodisch*. De naam schijnt te komen van de Griekse woorden ‘ergon’ (energie, arbeid) en ‘hodos’, weg – een ergodisch systeem legt elke mogelijke weg af binnen de energiegrenzen – al geeft Wiktionary ook ‘eidos’ (verschijningsvorm) als mogelijke verklaring van het tweede deel van het woord.

Chaos

Ergodische systemen komen veel voor in de *chaostheorie*: de theorie die de dynamica bestudeert van systemen waarvoor uit de beginconditie niet of nauwelijks de eindtoestand te voorspellen valt. Dat geldt vrijwel altijd voor ergodische systemen: vanuit (de buurt van) een bepaalde beginconditie kunnen immers vrijwel *alle* eindtoestanden bereikt worden! Het bekendste voorbeeld van een chaotisch, ergodisch systeem kwam bij de recente toekenning van de Nobelprijzen weer eens naar boven: als een vlinder met zijn vleugels klapt (een kleine verstoring in de begincondities van de atmosfeer) kan dat uiteindelijk op enorme afstand een tornado tot gevolg hebben – een toestand die duidelijk héél ver afligt van rustige, onverstoorde lucht. Complexe systemen zoals het weer zijn dan ook typische voorbeelden van chaotische systemen.



Afbeelding 3. Een vlinder. Een kleine verstoring in de omstandigheden – zelfs een vleugelslag van een vlinder – kan soms grote en onvoorspelbare gevolgen hebben. Foto: Gerd Altmann.

Het tegendeel bestaat ook: systemen waarin we weliswaar de begincondities kunnen verstoren, maar waarin we vervolgens *exact* kunnen beschrijven wat er gebeurt. In zulke gevallen zijn er vaak behoudswetten die ons helpen, net zoals we eerder al zagen dat behoud van energie de mogelijke toestanden die een systeem kan bereiken beperkt. Vaak zijn er meer behoudswetten – denk aan behoud van impuls, of impulsmoment (‘draaiing’) – die de mogelijke eindtoestanden nog verder inperken. En sóms zijn er zelfs zoveel behoudswetten, dat die wetten alleen al exact vastleggen in welke eindtoestand een systeem vanuit een bepaalde begintoestand kan komen – er is simpelweg maar één mogelijk traject dat aan alle behoudswetten voldoet. Zulke systemen, die in zekere zin het tegendeel van chaotisch zijn, worden ook wel *volledig integreerbaar* genoemd. Het zijn vaak systemen met prachtige natuurkundige en wiskundige eigenschappen; het gedrag van watergolven in een ondiep kanaal – beschreven door de zogeheten *Korteweg-De Vriesvergelijking* is een bekend voorbeeld. Een onderwerp voor een artikel op zich!

Een goed begin…

Kortom: ook in de natuurkunde is een goed begin het halve werk, maar wat je precies onder ‘een goed begin’ verstaat, daar verschillen de meningen over. De ene natuurkundige bestudeert graag het majestueuze gedrag van stabiele systemen, de ander verdiept zich liever in chaotische en ‘onvoorspelbare’ systemen zoals het weer. Ook qua begincondities en hun gevolgen is er in de natuurkunde voor elk wat wils!