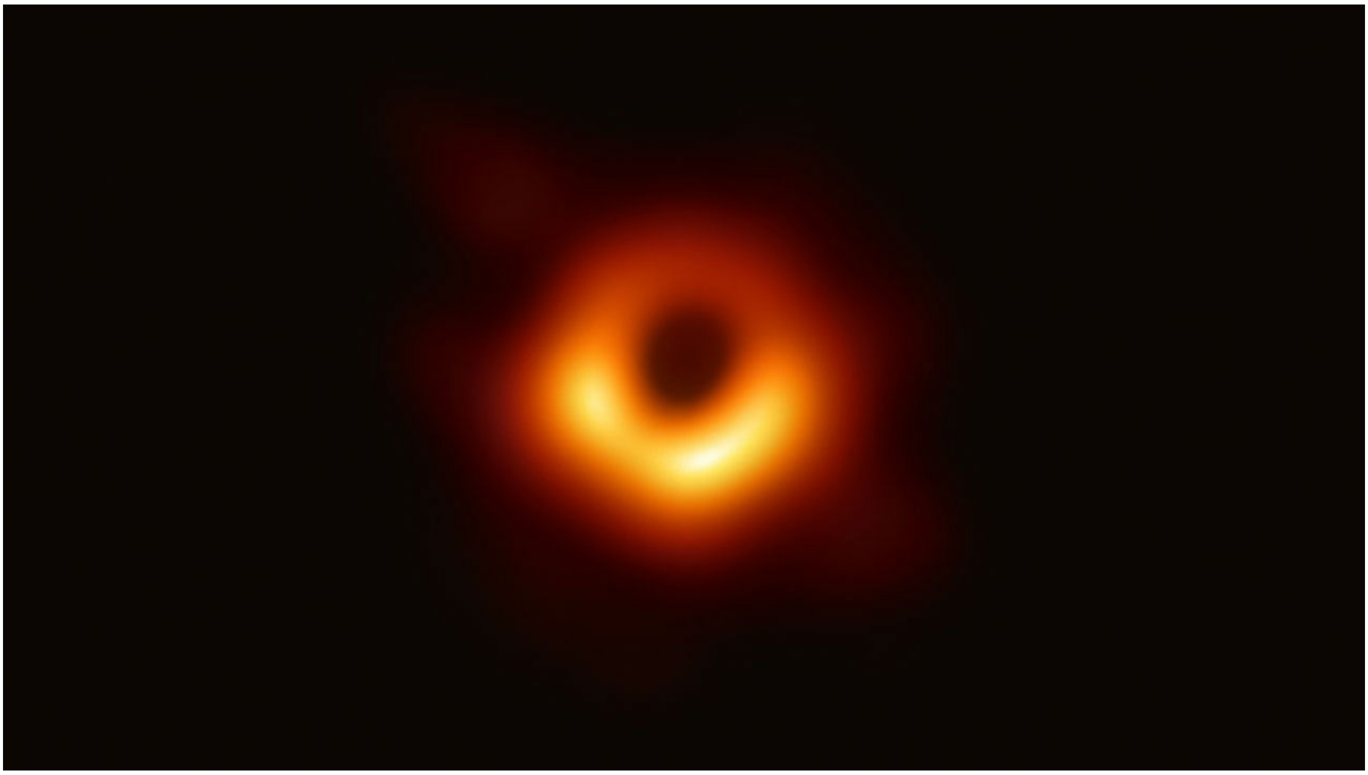
Extreme zwarte gaten

Extreme zwarte gaten zijn heel bijzondere zwarte gaten. Lang werd geloofd dat ze niet echt konden bestaan, maar recentelijk is reden ontstaan om daaraan te twijfelen.



Afbeelding 1. De eerste foto van een zwart gat. Foto: Event Horizon Telescope Collaboration.

De Einsteinvergelijkingen zijn belangrijke vergelijkingen uit de algemene relativiteitstheorie die de ruimtetijd beschrijven. Zwarte gaten zijn oplossingen van deze vergelijkingen met een waarnemingshorizon, wat betekent dat niets er nog uit kan ontsnappen. Er zijn grofweg drie eigenschappen die zo’n zwart gat beschrijven: de massa, de lading, en de hoeveelheid draaiing (of in nette natuurkundige termen: het impulsmoment).

De oplossing van de Einsteinvergelijkingen die als eerst gevonden werd, door Karl Schwarzschild in 1916, beschrijft zwarte gaten met alleen massa. De algemenere oplossing, met ook lading en draaiing, wordt de Kerr-Newman-geometrie genoemd. Tot slot kun je natuurlijk ook zwarte gaten hebben met (naast massa) alleen draaiing óf lading. Deze zwarte gaten zijn vernoemd naar respectievelijk Kerr en Reissner-Nordström.[1]

Zoals al gezegd hebben zwarte gaten een waarnemingshorizon, een grens van waarachter niets meer kan ontsnappen. Een zwart gat met naast massa ook lading en/of draaiing heeft niet alleen een waarnemingshorizon, maar ook een zogenoemde *binnenste horizon* of de *Cauchy-horizon*, een grens waar ruimte en tijd in zeker zin van eigenschappen wisselen. Die twee horizonnen bevinden zich als je in handige eenheden meet op een afstand vanaf het centrum van het zwarte gat van

$$r_\pm = M \pm \sqrt{M^2-J^2-Q^2}.$$

In deze formule is M de massa van het zwarte gat, Q de lading en J de draaiing. Voor de Schwarzschild-oplossing, met $J=Q=0$, valt de binnenste horizon samen met de singulariteit op $r=0$. Zodra het zwarte gat een beetje lading en/of draaiing krijgt, zullen zich twee horizonnen vormen op verschillende afstanden van het centrum van het zwarte gat.

Aan deze formule is nog iets interessants te zien: zwarte gaten kunnen niet alle mogelijke combinaties van lading, draaiing en massa hebben. Als de lading en/of de draaiing te groot worden, zodat het getal onder de wortel negatief wordt, heeft de Kerr-Newman-geometrie geen horizonnen meer! Er ontstaat in dit geval een *naakte singulariteit*, een singulariteit die niet verborgen wordt door een horizon. Volgens het vermoeden van zwakke kosmische censuur, een vermoeden dat wordt onderschreven door de meeste theoretisch natuurkundigen, kunnen dit soort singulariteiten zich niet vormen in de natuur. Dit betekent dat zwarte gaten beschreven door deze oplossingen, met een massa die kleiner is dan $\sqrt{J^2+Q^2}$, niet in het universum kunnen bestaan.

Een zwart gat met precies de grensmassa voldoet nog wel aan het vermoeden van zwakke kosmische censuur: het heeft namelijk nog steeds een (‘dubbele’) horizon, op $r_\pm = M$. Zo’n zwart gat wordt een *extreem zwart gat* genoemd. Deze randgevallen zijn natuurlijk heel interessant voor natuurkundigen. Een extreem zwart gat heeft bijvoorbeeld een Hawkingtemperatuur van precies nul: dit betekent dat dit zwarte gat niet zal verdampen door het uitzenden van Hawkingstraling – iets wat bij alle andere zwarte gaten wel voorkomt. Ook heeft het geen oppervlakte-zwaartekracht: dit betekent dat objecten in de buurt van het oppervlak verrassend genoeg helemaal geen zwaartekracht voelen van het zwarte gat. Extreme zwarte gaten hebben dus allerlei bijzondere eigenschappen, die ook zo hun voordelen hebben: ze maken het soms makkelijker voor natuurkundigen om aan zulke zwarte gaten te rekenen en bijvoorbeeld aspecten van quantumzwaartekracht uit te denken.

Vier wetten van de mechanica van zwarte gaten

In 1973 publiceren James Bardeen, Brandon Carter en Stephen Hawking een artikel: de vier wetten van de mechanica van zwarte gaten. Deze wetten lijken sterk op de bekende vier wetten van de thermodynamica. We beschreven die overeenkomsten al eerder in dit artikel, en vatten ze hier nog even kort samen.

Zo zegt de tweede wet van de thermodynamica dat entropie nooit afneemt: $dS \geq 0$. Voor zwarte gaten valt een soortgelijke wet op te schrijven, namelijk dat het oppervlak van de horizon nooit afneemt: $dA \geq 0$. Als we deze analogie heel serieus nemen, zouden we dus kunnen verwachten dat het oppervlak van de horizon gelijk (of proportioneel) is aan de entropie!

De eerste wet van de thermodynamica (in de eenvoudigste vorm) zegt dat als entropie toeneemt, de energie ook toeneemt, proportioneel aan de temperatuur:

$$dE = T\, dS.$$

De energie van een zwart gat is een gevolg van zijn massa, en we hebben net de analogie gelegd tussen de entropie van een zwart gat en het oppervlak van de horizon. Valt er daarmee ook een vergelijkbare eerste wet voor het zwarte gat op te stellen? Jazeker! Voor een zwart gat geldt

$$dM = \frac{\kappa}{4\pi} dS.$$

In deze formule is κ de oppervlakte-zwaartekracht van het zwarte gat. Als we de analogie tussen de wetten van de thermodynamica en die van de zwarte gaten verder trekken, zien we dat we ons de oppervlakte-zwaartekracht dus kunnen voorstellen als een soort temperatuur van het zwarte gat. Als Hawking later, in 1975, Hawkingstraling ontdekt, wordt deze relatie tussen oppervlakte-zwaartekracht en temperatuur bevestigd.

Commun. math. Phys. 31, 161–170 (1973)

The Four Laws of Black Hole Mechanics

J. M. Bardeen*
Department of Physics, Yale University, New Haven, Connecticut, USA

B. Carter and S. W. Hawking
Institute of Astronomy, University of Cambridge, England

Received January 24, 1973

Abstract. Expressions are derived for the mass of a stationary axisymmetric solution of the Einstein equations containing a black hole surrounded by matter and for the difference in mass between two neighboring such solutions. Two of the quantities which appear in these expressions, namely the area A of the event horizon and the "surface gravity" κ of the black hole, have a close analogy with entropy and temperature respectively. This analogy suggests the formulation of four laws of black hole mechanics which correspond to and in some ways transcend the four laws of thermodynamics.

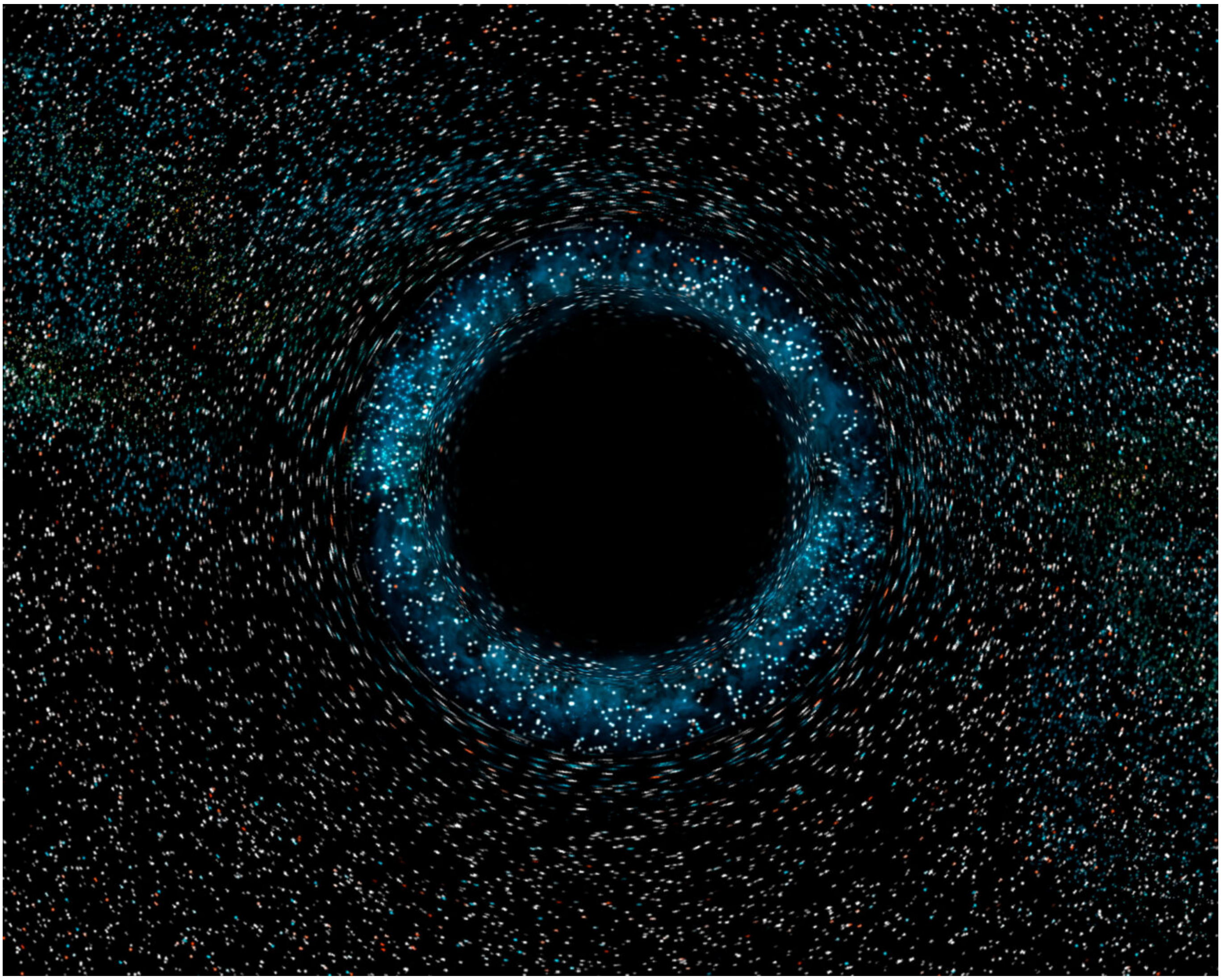
Afbeelding 2. De voorpagina van het artikel van Bardeen, Carter en Hawking.

Dan is er ook nog de 'nulde wet' van de thermodynamica. Die zegt dat een thermodynamisch systeem (waar geen invloed van buitenaf op wordt uitgeoefend) uiteindelijk overal dezelfde temperatuur zal krijgen. Ook hierin gaat onze analogie tussen temperatuur en oppervlakte-zwaartekracht weer op: de oppervlakte-zwaartekracht is overal op de horizon gelijk.

Tot slot is er de derde wet van de thermodynamica. Er zijn verschillende formuleringen van die wet; een ervan is dat het onmogelijk is om een systeem met een positieve temperatuur in eindige tijd tot een temperatuur van nul af te koelen.

De zwarte-gat-analogie van deze wet vertelt ons dus dat het onmogelijk is om van een niet-extreem zwart gat een extreem zwart gat te maken. Extreme zwarte gaten waren immers juist die zwarte gaten zonder temperatuur en oppervlakte-zwaartekracht. Bardeen, Carter en Hawking konden de zwarte-gat-versie van deze wet niet bewijzen, maar vonden de analogie met de andere thermodynamische wetten een sterke hint naar het feit dat dit weleens waar zou kunnen zijn. Daarnaast, zo stelden ze: als je een extreem zwart zou kunnen maken door lading of draaiing toe te voegen aan het zwarte gat, zou je door nóg meer toe te voegen ook een ‘superextreem’ zwart gat kunnen maken, een zwart gat met $\sqrt{J^2+Q^2}>M$ en dus een naakte singulariteit! Uiteindelijk publiceerde Werner Israel in 1986 een bewijs voor de derde wet van de mechanica van zwarte gaten.

Al met al: genoeg redenen om deze zeer gerespecteerde natuurkundigen te volgen en te stellen dat de analogie tussen de wetten van de mechanica van de zwarte gaten en de wetten van de thermodynamica serieus moet worden genomen, en dat extreme zwarte gaten **niet bestaan.** Hoewel ze, om mee te rekenen, nog steeds zeer nuttig zijn voor natuurkundigen, is dit natuurlijk wel ergens een teleurstelling.



Afbeelding 3. Artist’s impression van een zwart gat. Afbeelding: ESA.

Tegenbewijs voor de derde wet?

Tot een paar jaar geleden… In een artikel uit 2022 stellen twee wiskundigen, Christoph Kehle en Ryan Unger, dat ze toch een manier hebben gevonden om extreme zwarte gaten te vormen uit niet-extreme zwarte gaten. Het gedachte-experiment begint met een Schwarzschild-geometrie, dus een zwart gat zonder lading en draaiing. Door een scalair veld met lage frequentie in theorie op het zwarte gat af te sturen, konden de wiskundigen in hun berekening de lading sneller laten toenemen dan de massa. Door dit lang genoeg te doen, zul je dan uiteindelijk inderdaad een zwart gat hebben met evenveel lading als massa. Ook hebben ze geïdentificeerd op welke manier hun tegenvoorbeeld het bewijs van Israel weet te omzeilen. In natuurkundige bewijzen liggen heel vaak, soms verborgen, aannames ten grondslag. Hun opzet strookt niet met een van de aannames van Israel. Dit betekent dat het bewijs van Israel nog wel klopt, maar dat de conclusie, dat extreme zwarte gaten helemaal niet kunnen bestaan, misschien niet algemeen geldig is. Tot slot laten ze ook zien dat op deze manier geen naakte singulariteiten kunnen worden gevormd, waardoor het nog steeds voldoet aan het vermoeden van zwakke kosmische censuur

Ook in het artikel van Kehle en Unger worden nog allerlei aannames gedaan en worden bijvoorbeeld geen quantumeffecten toegevoegd aan de berekening. Maar toch, dit is voor het eerst dat iemand met klassieke algemene relativiteitstheorie weet te bewijzen hoe je een extreem zwart gat zou kunnen vormen! Dat betekent natuurlijk niet dat zulke objecten ook echt bestaan in ons universum, maar de theoretische mogelijkheid alleen is natuurlijk al erg interessant. Het extreme zwarte gat dat nu bedacht is, is er eentje van het Reissner-Nordström-type, dus met massa en lading. Nog interessanter zou het zijn om een extreem Kerr-zwart gat met ook draaiing te kunnen vormen. Natuurkundigen verwachten namelijk dat de meeste zwarte gaten in ons universum nagenoeg ladingsneutraal zijn. Elk positief geladen zwart gat trekt natuurlijk negatieve lading aan, en vice versa, en zo zal een zwart gat al snel zijn eventuele lading verliezen. *Draaiende* zwarte gaten zien we echter overal om ons heen. Voor dit type extreme zwarte gaten hebben Kehle en Unger nog geen methode bedacht om ze te kunnen vormen, maar ze zijn ermee aan het werk.

De vraag of extreme zwarte gaten nu wel of niet in het echte heelal voorkomen is natuurlijk erg interessant, maar het is misschien wel het allerbelangrijkst om ze gewoon beter te begrijpen. Naast extreme zwarte gaten zijn er namelijk ook nog objecten die *bijna-extreem* worden genoemd. Zoals de naam al doet vermoeden zijn dit zwarte gaten die net onder de extreme limiet zitten. Deze zwarte gaten (en dan met name de Kerr-types) worden wel volop verwacht in ons universum en zijn bovendien bijzonder interessant voor theoretisch natuurkundigen – maar daarover wellicht in een later artikel meer…

---

[1] De hier genoemde oplossingen beschrijven trouwens alleen nog maar zwarte gaten in ruimtes zonder kosmologische constante (de zogeheten Minkowski-ruimtetijd). Er zijn natuurlijk ook verschillende combinaties te bedenken in Anti-de-Sitter- en de-Sitterruimtetijd met respectievelijk negatieve en positieve kosmologische constante.