Faseruimte (2): Configuratieruimte

Dit is het tweede artikel uit het dossier Faseruimte. In het eerste artikel zagen we in het kort wat het begrip faseruimte inhoudt, en waarom het een nuttig begrip is.

De algemene naam voor een ruimte die de toestand van een systeem beschrijft, is de *configuratieruimte*. Laten we als voorbeeld een heel eenvoudig systeem nemen: een auto die rijdt over een weg met een lengte van één kilometer. Voorlopig zijn we niet geïnteresseerd in de snelheid van de auto, maar alleen in de vraag waar op de weg de auto zich bevindt. De "configuratie" van de auto is dan dus een afstand, tussen de 0 en 1 km. De configuratieruimte van dit systeem (zie afbeelding 1) is een rechte lijn – in feite niets anders dan een schematische weergave van de weg. We geven in de figuur de positie van de auto aan met een blauwe stip.



Afbeelding 1. Een auto op een wegDe configuratieruimte van een auto op een weg is een lijn. De positie van de auto is aangegeven met een blauwe stip; in dit voorbeeld bevindt de auto zich op zo'n 700 meter van het beginpunt.

Nu maken we het systeem iets ingewikkelder, en laten ook een tweede auto over de weg rijden. Eén manier om de configuratie van het systeem weer te geven, is natuurlijk door twee blauwe stippen op de lijn te tekenen: zie afbeelding 2.



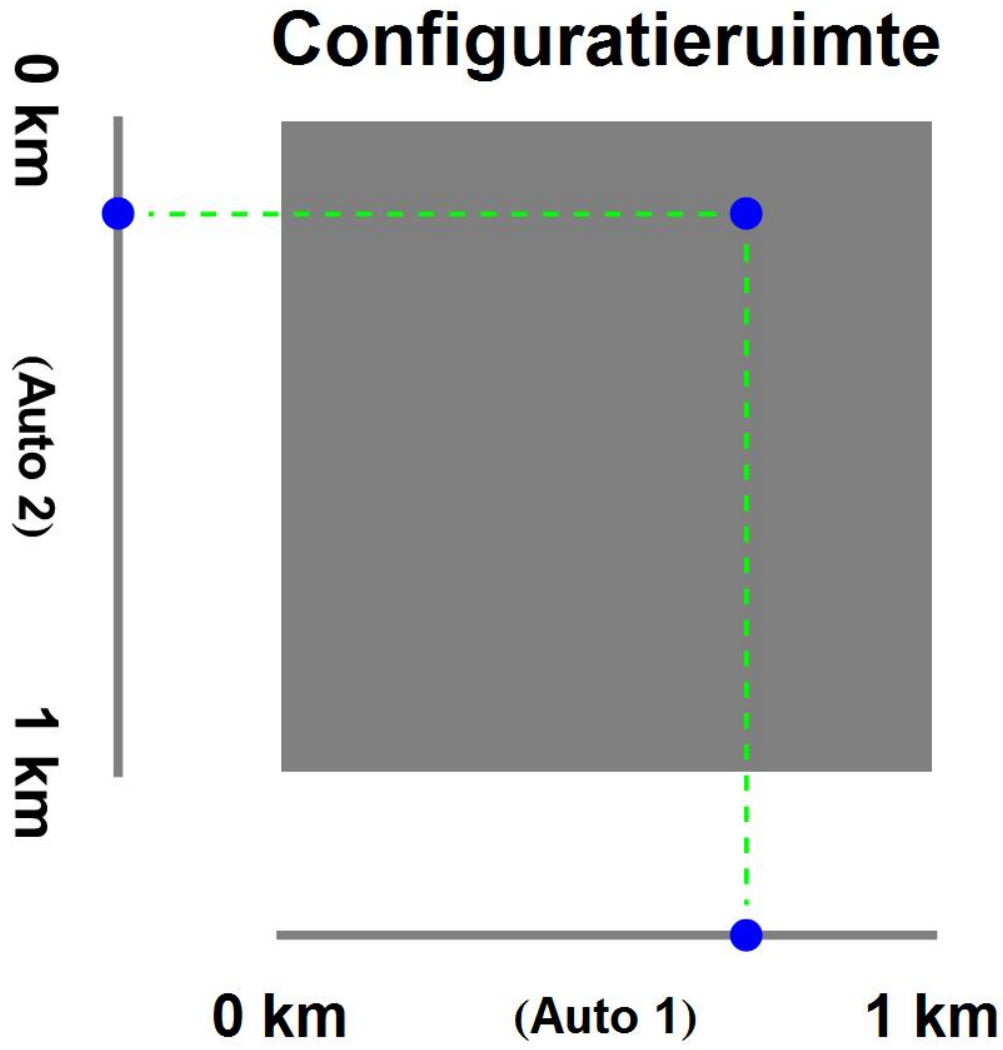
Afbeelding 2. Twee auto's op een weg

Een nadeel van deze weergave is dat we de twee auto's nu niet van elkaar kunnen onderscheiden. Als we de auto's van plaats verwisselen ziet het diagram er precies hetzelfde uit. We kunnen dit natuurlijk oplossen door de stippen verschillende kleuren te geven, of te nummeren, maar er is een elegantere oplossing: we kunnen de posities van elke auto op een afzonderlijke lijn weergeven – zie afbeelding 3. De situatie waarin we de twee auto's van plaats verwisselen is nu duidelijk te onderscheiden van de oorspronkelijke situatie, omdat elke auto zijn "eigen lijn" heeft.



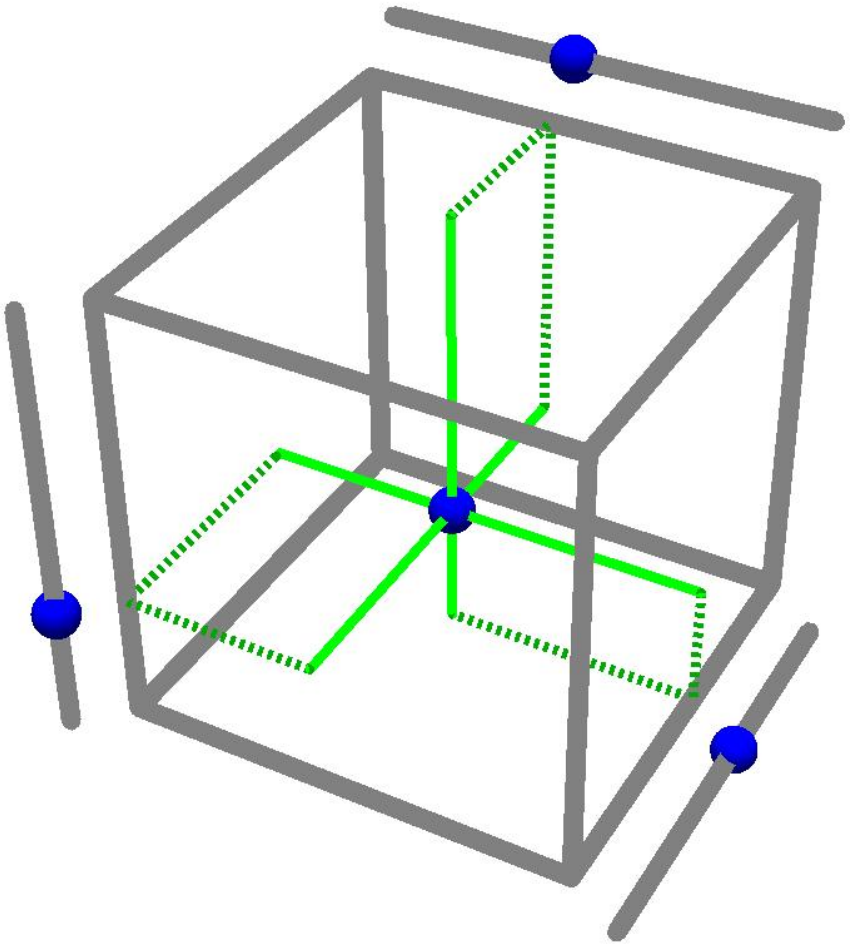
Afbeelding 3. Weergave op twee lijnenDe auto's rijden op dezelfde weg, maar we geven de positie van elke auto aan op een afzonderlijke lijn.

Om tot een configuratieruimte te komen draaien we nu een van de twee lijnen een kwartslag. We zien dan dat de posities van twee stippen op twee lijnen ook kunnen worden weergegeven door één stip te tekenen in een vierkant: zie afbeelding 4.



Afbeelding 4. ConfiguratieruimteDe configuratieruimte voor het systeem met de twee auto's. De horizontale positie van de blauwe stip geeft de locatie van auto 1 aan; de verticale positie de locatie van auto 2. Elk punt in het vierkant komt zo overeen met één specifieke toestand van het systeem.

Het vierkant in afbeelding 4 is een eenvoudig voorbeeld van een configuratieruimte. De horizontale positie van de stip in het vierkant geeft de locatie van auto 1 aan; de verticale positie de locatie van auto 2. Op een zelfde manier komt iedere mogelijke toestand van het systeem overeen met een punt in het vierkant.



Afbeelding 5. Driedimensionale configuratieruimteDe configuratieruimte voor het systeem met drie auto's. De groene lijnen zijn hulplijnen die alleen zijn getekend om de driedimensionale positie van de blauwe stippen te verduidelijken.

Het zal waarschijnlijk duidelijk zijn hoe we dit idee kunnen uitbreiden als we een derde auto aan het systeem toevoegen. In dat geval wordt de configuratieruimte een driedimensionale kubus, en geeft de positie van een punt in de derde richting de locatie van de derde auto aan – zie afbeelding 5. Met vier auto's wordt het wat lastiger: in dat geval zouden we een vierde dimensie nodig hebben om de configuratieruimte te tekenen. Hoewel die configuratieruimte dus moeilijk te *tekenen* valt, kunnen we hem prima *beschrijven*: het is een vierdimensionale "hyperkubus", waarin de punten beschreven worden met vier coördinaten tussen de 0 en 1. Elke coördinaat geeft de positie van één van de auto's weer. Wie meer wil weten over ruimtes met meer dan drie dimensies kan het artikel over dimensies op deze site lezen.

Dit is het tweede artikel in het dossier Faseruimte. In het derde artikel zien we wat een faseruimte is, en waarom een dergelijke ruimte in de natuurkunde een erg nuttig begrip is.

Afbeeldingsverantwoording: de afbeelding in het blokoverzicht is afkomstig van de website robson.m3rlin.org.