G&E (1): Grootheden en eenheden

Dit is het eerste artikel in het dossier “Grootheden en Eenheden”. In dit artikel bespreken we wat grootheden en eenheden precies zijn. In het tweede artikel komen de zogenaamde Planckeenheden aan bod – eenheden die bijzonder geschikt zijn in de beschrijving van systemen waarin zowel de zwaartekracht als de quantummechanica een rol speelt – denk aan zwarte gaten of de oerknal.

Grootheden en eenheden in het kort

Natuurkunde begint vrijwel altijd met het *meten* van verschijnselen. Er zijn allerlei dingen die we kunnen meten: afstanden, snelheden, tijden, temperaturen, krachten, stroomsterktes, enzovoort. Zaken die we kunnen meten heten *grootheden*.

Om een grootheid te meten, hebben we een meetinstrument nodig, maar ook een *eenheid*. Een eenheid is een “standaardmaat” waarmee we de gemeten grootheid kunnen vergelijken. Stel dat we een bericht van een buitenaardse beschaving opvangen, en dat de buitenaardse wezens ons vertellen dat hun planeet zich op 36 splorks van de zon bevindt. We hebben natuurlijk niets aan die informatie zolang we niet weten welke afstand één splork is.



Figuur 1. De meterDe eenheid “meter” heeft in de loop van de jaren veel verschillende definities gekend. Eén van die definities, gangbaar in de 18e en 19e eeuw, bepaalde dat de meter precies een veertigmiljoenste deel is van de omtrek van de aarde, gemeten over de polen.

Om het resultaat van een meting een betekenis te geven, moeten we dat resultaat dus uitdrukken als een veelvoud (of fractie) van een bekende en algemeen geaccepteerde maat. Zo meten we afstanden in meters, tijd in seconden, stroomsterktes in ampères, enzovoort. Van al die eenheden is afgesproken hoe groot ze precies zijn. Zolang iedereen van die afspraak op de hoogte is, kunnen we ze gebruiken om uitkomsten van metingen aan anderen door te geven.

Natuurlijk bestaat er niet altijd overeenstemming over wat de beste eenheid is om een grootheid in uit te drukken. De meeste Europeanen meten de afstand tussen twee steden in kilometers, de meeste Amerikanen in mijlen. Ook is het gebruik van een bepaalde eenheid niet altijd handig: Het zou niet erg zinvol zijn om de afstand tussen twee atomen uit te drukken in mijlen. Dat verschillende situaties om verschillende eenheden vragen geeft natuurlijk niets, zolang we maar weten hoe we de verschillende eenheden in elkaar moeten omrekenen. Eén mijl is bijvoorbeeld zo’n 1,609 kilometer, en met die informatie kunnen we afstanden in mijlen omrekenen in kilometers. Zolang we bij elke meting duidelijk aangeven welke (algemeen bekende) eenheid we gebruiken, is er geen probleem. Ontbreekt de eenheid, dan ontstaat er onduidelijkheid. Natuurkundeleraren pijnigen hun leerlingen hier

keer op keer weer mee: als een antwoord geen correcte eenheid bevat, gaat er een grote rode streep doorheen.

Eenheden combineren

Vaak kunnen we nieuwe grootheden uitdrukken in eenheden die we al gebruiken voor het meten van andere grootheden. Een *snelheid*, bijvoorbeeld, is een bepaalde afstand die in een bepaalde tijd wordt afgelegd. De snelheid van een auto kunnen we aangeven als “50 kilometer per uur”. We hebben hiervoor alleen de bestaande eenheden “kilometer” en “uur” nodig – eenheden die, als ze los gebruikt worden, respectievelijk iets zeggen over afstand en tijd. Een nieuwe eenheid voor het begrip “snelheid” is dus niet nodig. Een *inhoud* kunnen we meten door die te vergelijken met de inhoud van een kist van 1 meter bij 1 meter bij 1 meter. We meten inhoud dan in kubieke meters; ook daarvoor hebben we, als we eenmaal een eenheid voor “lengte” hebben gekozen, geen nieuwe eenheid nodig.



Figuur 2. Isaac NewtonIsaac Newton (1642-1727), de Engelse natuurkundige naar wie de eenheid van kracht is genoemd.

Gecombineerde eenheden geven we in de natuurkunde aan in een notatie die voor een deel ook in het dagelijks wordt gebruikt. Als we een afstand (in meters) bijvoorbeeld delen door een tijd (in seconden), vinden we een snelheid in meter per seconde; die eenheid wordt

meestal geschreven als m/s. Vaak wordt ook een notatie met machten gebruikt (zie het artikel over machten en logaritmes); in die notatie schrijven we de eenheid als m s^{-1}. Kubieke meters worden ook als een macht geschreven: m^3. Eenheden kunnen zo op allerlei manieren gecombineerd worden; krachten worden bijvoorbeeld gemeten in kilogrammen maal meters gedeeld door seconden in het kwadraat, oftewel kg m s^{-2}. Om de notatie wat te verkorten, wordt voor zo'n gecompliceerde eenheid vaak een eenvoudigere naam gebruikt. Een kg m s^{-2} wordt ook een Newton genoemd, en afgekort tot N.

Het gebruik van correcte eenheden is essentieel voor een proces dat "dimensie-analyse" wordt genoemd. Dimensie-analyse is een truc waarmee we eenvoudig kunnen controleren of een bepaalde natuurkundige formule geen onzin is. Het idee is simpel: als een natuurkundige formule zegt dat grootheid A gelijk is aan grootheid B, dan moeten ook de eenheden die bij A en B horen aan elkaar gelijk zijn. Laten we dit idee eens toepassen op de beroemdste formule uit de natuurkunde: $E=mc^2$. Deze formule van Albert Einstein zegt dat een bepaalde massa (m, in kilogrammen) overeenkomt met een bepaalde energie (E, in joules). Om een massa om te rekenen in de bijbehorende energie moet die volgens de formule vermenigvuldigd worden met het kwadraat van c, de lichtsnelheid.

Figuur 3. E=mc^2Een Russische postzegel met Albert Einstein en zijn beroemde formule.

De eenheid die hoort bij de rechterkant van de formule, mc^2, is snel bepaald: een massa meten we in kg, en de lichtsnelheid in m s^{-1}, dus de totale eenheid is kg m^2 s^{-2}. De linkerkant van de formule, E, wordt zoals gezegd gemeten in joules, maar de joule is een afgeleide eenheid. De definitie van een joule is dat het de hoeveelheid arbeid is die geleverd wordt als een kracht van 1 Newton op een voorwerp wordt uitgeoefend, en als het voorwerp op die manier 1 meter wordt verplaatst. De eenheid J kan dus ook geschreven worden als N m. Hierboven noemden we al dat een Newton gelijk is aan een kg m s^{-2}, dus we zien dat een joule in KMS-eenheden geschreven kan worden als een kg m^2 s^{-2} – precies de eenheid die we ook aan de rechterkant van de formule terugvonden. We zien op deze manier dat de formule van Einstein in elk geval qua eenheden correct is. Van een formule als $E=mc^3$ kunnen we op die manier direct zien dat die formule nooit tot correcte natuurkunde zal leiden. Dat wil

natuurlijk niet zeggen dat dimensie-analyse voldoende is om te bewijzen dat een formule *juist* is. Een onjuiste formule als $E=3mc^2$ voldoet bijvoorbeeld ook aan de dimensie-eisen. Dimensie-analyse levert echter altijd een goede eerste controle.

Eenhedenstelsels

Een interessante vraag is: hoeveel onafhankelijke eenheden zijn er nodig om alle mogelijke grootheden te kunnen meten? Het antwoord daarop is niet eenduidig bepaald. Zijn “meter” en “seconde” bijvoorbeeld onafhankelijke eenheden? In eerste instantie zouden we zeggen van wel; er lijkt geen manier te zijn om een tijd te meten in meters, of een afstand in seconden. Dat verandert echter zodra we onszelf toestaan om bepaalde natuurconstanten te gebruiken. Zo weten we dat de snelheid van het licht altijd hetzelfde is – het licht reist met een enorme snelheid van zo’n 300.000 kilometer per seconde. We kunnen die natuurconstante gebruiken om een afstand uit te drukken in seconden: we kunnen uitrekenen hoeveel seconden het licht erover doet om die afstand af te leggen. In dergelijke eenheden is de afstand van de aarde tot de maan bijvoorbeeld iets meer dan een seconde, en de afstand tot de zon zo’n acht minuten. (Vaak wordt om deze conversie aan te geven ook gesproken van “lichtseconden”, “lichtminuten” en “lichtjaren”.) De eenheid “meter” hebben we dan niet meer nodig.

Het kiezen van een verzameling “basiseenheden” is dus tot op zekere hoogte een kwestie van smaak en afspraken. Laten we twee van zulke keuzes noemen:

SI-eenheden. Het “Système International” (SI) is een in 1960 ingevoerd internationaal stelsel van eenheden dat wereldwijd (met name in de wetenschap) gebruikt wordt. Het systeem kent zeven basiseenheden, die in onderstaande tabel staan weergegeven.

Grootheid	**Eenheid**	**Symbool**
lengte	meter	m
massa	kilogram	kg
tijd	seconde	s
elektrische stroom	ampère	A
temperatuur	kelvin	K
hoeveelheid stof	mol	mol
lichtsterkte	candela	cd

Van elk van deze eenheden is precies gedefinieerd hoe groot die is; de seconde is bijvoorbeeld gedefinieerd als 9.192.631.770 maal de periode van de straling die vrijkomt bij een bepaald verval van het cesium-133-atoom. Alle andere eenheden kunnen worden uitgedrukt in de zeven basiseenheden.



MKS-eenheden. Zoals hierboven is uitgelegd, zijn veel van de bovenstaande eenheden zelf weer uit te drukken met behulp van andere eenheden. De eenheid van stroomsterkte, ampère, kan bijvoorbeeld gedefinieerd worden als de stroom waarbij per seconde 6,241 x 10^{18} elektronen door een stroomdraad heen bewegen. Als we de lading van een elektron zien als een vastliggende natuurconstante, hebben we om iets in ampères uit te drukken dus alleen de eenheid “seconde” nodig. Op een soortgelijke manier kunnen de onderste drie eenheden uit bovenstaande tabel “weggedefinieerd” worden. We houden dan een eenhedensysteem over waarin alleen de meter, de kilogram en de seconde als onafhankelijke eenheden gebruikt worden. Dit eenhedenstelsel (en het vrijwel equivalente centimeter-gram-secondestelsel dat er historisch aan voorafging) wordt in de natuurkunde veel gebruikt.

In het volgende artikel uit het dossier “Grootheden en Eenheden” kun je alles lezen over Planckeenheden.