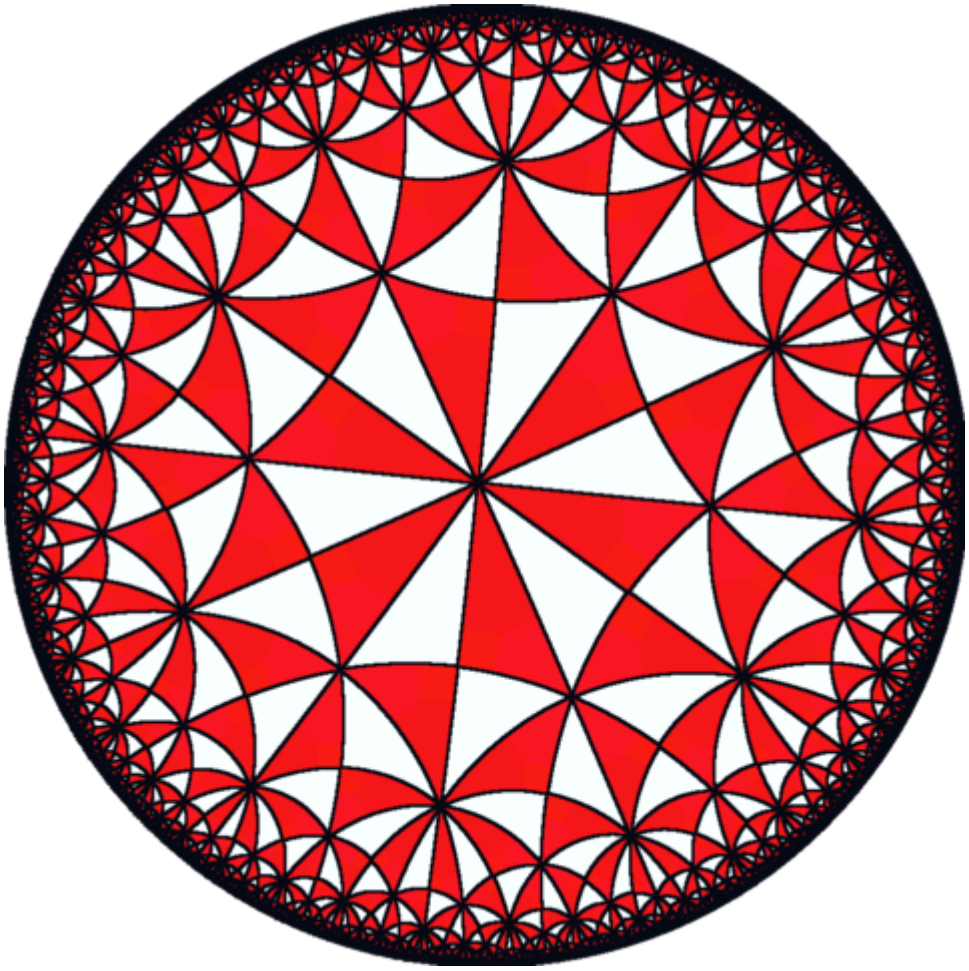
Hemelse holografie

Het klinkt als een sciencefictionboek of een magische praktijk: “hemelse holografie.” Toch is *celestial holography*, de meer gangbare Engelse term die ik ook in dit artikel zal gebruiken, een boeiend en opkomend onderzoeksgebied in de theoretische natuurkunde. De vraagstukken die het vakgebied behandelt zijn onderdeel van de zoektocht naar een theorie van quantumzwaartekracht, in een ruimtetijd die veel lijkt op ons eigen universum.



Afbeelding 1. Een hyperbolisch gekromde ruimte.

Afbeelding: Tom Ruen.

Het woord ‘zoektocht’ moet hier worden benadrukt: alhoewel we op deze website vaak

publiceren over natuurkundig onderzoek waar al veel resultaten mee zijn geboekt, probeer ik in dit artikel een idee te beschrijven dat wetenschappelijk gezien nog maar in de kinderschoenen staat. Het wordt een verhaal over het punt oneindig, over quantumsystemen in de verre toekomst en over exotische symmetrieën, dus hou je vast!

Om het basisidee van celestial holography uit te leggen, moeten we eerst wat meer weten over wat 'holografie' inhoudt. Met een *hologram* bedoelen we in de spreektaal meestal een tweedimensionaal oppervlak waarmee we een driedimensiaal object kunnen nabootsen. De essentie hiervan is dat een hoger-dimensionale voorstelling gecodeerd is in een lager-dimensionale basale structuur. In de theoretische natuurkunde wordt *holografie* meestal gebruikt om eenzelfde soort correspondentie aan te duiden: tussen een lager-dimensionale fundamentele beschrijving en een hoger-dimensionale 'emergente' beschrijving van hetzelfde systeem.

Het bekendste voorbeeld hiervan is de zogeheten AdS/CFT-correspondentie, waar je in dit artikel meer over kunt lezen. Deze correspondentie is een soort woordenboek waarmee een theorie met zwaartekracht in *d* dimensies helemaal kan worden vertaald naar een onderliggend quantummechanisch systeem in *d-1* dimensies, zónder zwaartekracht. De hoger-dimensionale theorie beschrijft een ruimte die *hyperbolisch gekromd* is, zoals in de Escher-achtige tekening in afbeelding 1. Je moet die afbeelding zien als een 'perspectieftekening' van een ruimte waarin alle driehoeken eigenlijk even groot zijn: naar de rand van de schijf toe komt er dus steeds meer ruimte bij. In de natuurkunde bevint het lager-dimensionale quantummechanische systeem zich op de rand van dat 'universum'. Op deze rand is oneindig veel ruimte en een volledige afwezigheid van zwaartekracht. De holografische correspondentie die *AdS/CFT* wordt genoemd, is nu de stelling dat de zwaartekrachtswetten van Einstein (en alle andere natuurwetten) in het binnenste van de schijf *af te leiden* zijn uit de quantummechanica op de rand van de schijf.

Dit is een mooi voorbeeld van een theorie van quantumzwaartekracht, maar helaas is ons eigen universum niet hyperbolisch gekromd zoals afbeelding 1! Een betere benadering van ons heelal is een vlakke ruimtetijd, die we Minkowski-ruimte noemen[1]. Met *vlak* bedoelen we dat de kromming overal nul is. Natuurlijk zorgt de zwaartekracht ervoor dat er lokaal juist wél kromming van de ruimtetijd is, daar waar massa en energie zijn opgehoopt, dus een betere definitie van het soort ruimtetijd dat we willen bestuderen is een *asymptotisch* vlakke

ruimtetijd. Dit betekent dat, als je maar ver genoeg weg van alle massa en energie de kromming meet, je een vlakke ruimtetijd vindt, dus *niet* het gekromde soort ruimte als in afbeelding 1.

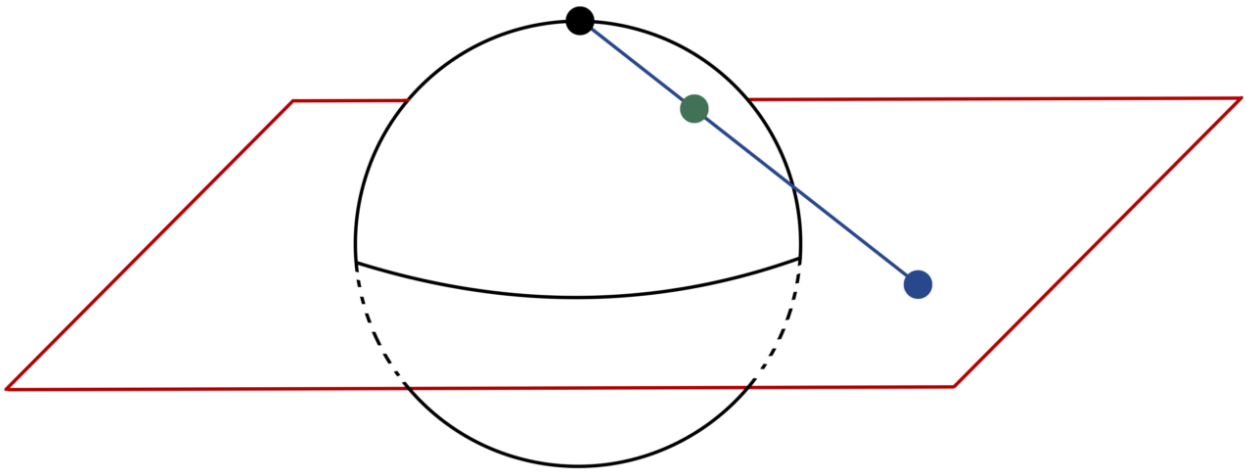
De natuurlijke vraag die hieruit volgt is nu: is er variant van een holografische correspondentie, à la AdS/CFT, die werkt voor asymptotisch vlakke ruimtetijd in plaats van een hyperbolisch gekromde zoals hierboven? Oftewel: is er een lager-dimensionale quantumtheorie waaruit een hoger-dimensionale vlakke ruimtetijd met zwaartekracht is af te leiden via een soort woordenboek? En zo ja, waar bevindt zich dit quantumsysteem dan? Een poging om een antwoord te vinden op deze vragen heet – je raadt het al – *celestial holography.* In de rest van dit artikel zal ik proberen over te brengen wat we nu over een dergelijke theorie weten.

De rand van het zichtbare universum

Stel je voor dat je vanuit een punt in de ruimte een lampje aanknipt, waarvan het licht zich gelijktijdig in alle richtingen verspreidt. Stel je verder voor dat deze lichtstralen nooit een ster tegenkomen, maar oneindig lang met de lichtsnelheid kunnen blijven voortbewegen. Het limietpunt van deze zich steeds uitbreidende bol van licht, door je lampje veroorzaakt, is oneindig ver weg en oneindig ver in de toekomst. We noemen deze denkbeeldige limiet de *celestial sphere*, de hemelse sfeer dus. Dit is een verwijzing naar het Ptolemeïsche model van het heelal met de aarde als middelpunt, omringd door de ‘sfeer der hemelen’. Dat klinkt misschien als een onzinnige term, want hoe kun je spreken over een limietpunt dat oneindig ver weg ligt? Als je het meetkundig wilt beschrijven moet het toch een locatie hebben, maar welke locatie heeft ‘het punt oneindig’?

Er is een wiskundige manier om deze vraag te beantwoorden, namelijk via een zogeheten *compactificatie*. Om daar wat intuïtie voor op te bouwen, kijken we eerst naar een simpel voorbeeld. Het platte vlak kan beschreven worden door alle paren van getalen (x,y) waarbij x en y alle waarden tussen min oneindig en plus oneindig kunnen aannemen. Een andere manier om hetzelfde vlak te beschrijven is door een bol te tekenen op het vlak, zoals in afbeelding 2, en ieder paar (x,y) te koppelen aan het snijpunt dat de bolschil maakt met de lijn tussen (x,y) en de noordpool van de bol. In de afbeelding is (x,y) het blauwe punt, de noordpool het zwarte punt, en het snijpunt van de lijn daartussen met de bolschil is het

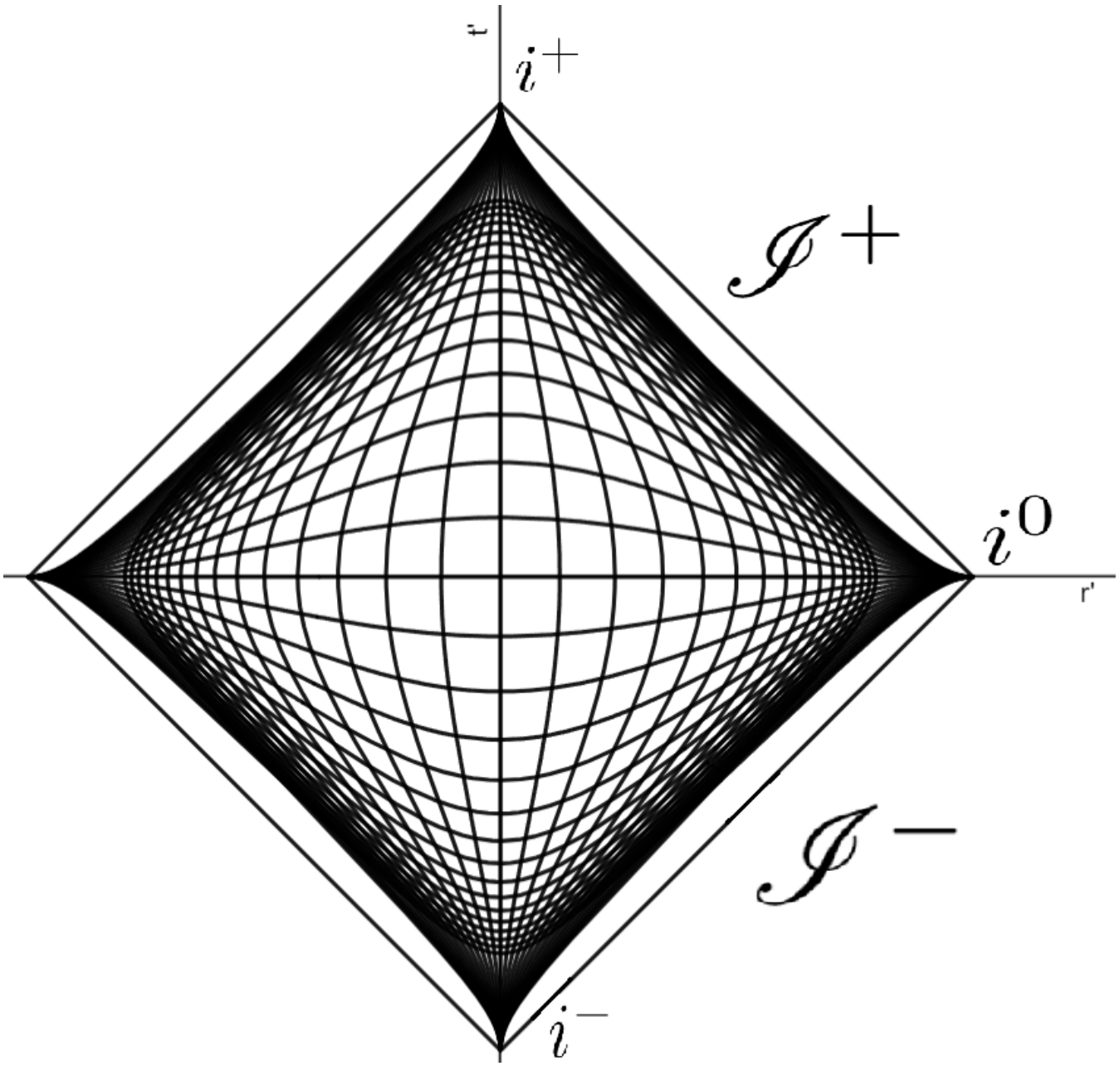
groene punt. Op deze manier hoort ieder blauw punt op het vlak op een unieke manier bij een groen punt op de bolschil. Dit geldt zélfs voor de punten oneindig ver weg op het vlak: de lijn vanuit oneindig raakt de bol precies in de noordpool, dus in dit geval vallen het groene en zwarte punt met elkaar samen. Met andere woorden, we hebben ‘oneindig ver weg in het vlak’ afgebeeld op een punt op de bol, namelijk de noordpool. Dit is een voorbeeld van een compactificatie: door het slim kiezen van onze coördinaten kunnen we een oneindig groot oppervlak, inclusief ‘punten op oneindig’, beschrijven met een compact object – in dit geval de bol.



Afbeelding 2. Van vlak naar bol. Een constructie om het ‘punt op oneindig’ in het platte vlak zichtbaar te maken.

Op een analoge manier is er ook een compactificatie mogelijk van de asymptotisch vlakke ruimte die van belang is voor celestial holography. De punten oneindig ver weg in de ruimtetijd vormen dan een *celestial sphere*, die via een slimme coördinatenkeuze wiskundig beschreven kan worden door een compact meetkundig object[2]. Een van de eersten die deze compactificatie van Minkowski-ruimte bestudeerde was Roger Penrose, Nobelprijswinnaar in de natuurkunde (en onder andere bekend van de zich nooit herhalende tegels waar Marcel Vonk vorige maand een kort artikel over schreef).

Deze compactificatie is dus een wiskundige manier om de ‘rand van het universum’ te beschrijven: behoorlijk bizar eigenlijk, als je er langer over nadenkt! Om een beeld te geven: het Penrose-diagram van deze compactificatie ziet er uit als in afbeelding 3.



Afbeelding 3. Minkowski-ruimte en de rand. Een tweedimensionale weergave (een Penrose-diagram) van de rand van de Minkowskiruimte. Afbeelding: James8854clerk.

Symmetrieën en een woordenboek

Als je intuïtie zegt dat de celestial sphere een vreemde plek is voor natuurkundige fenomenen, dan klopt dat. De symmetrieën van de hemelse bol zijn bijvoorbeeld anders dan de symmetrieën die wij op eindige afstand in Minkowski-ruimte ervaren. De natuurwetten in onze ruimte zijn bijvoorbeeld symmetrisch onder verplaatsing (het maakt niet uit wáár je een experiment doet) en onder draaiïngen (het maakt niet uit hóé je je experiment precies neerzet). De wiskundige beschrijving van alle symmetrieën op eindige afstanden in

Minkowski-ruimte is de zogeheten *Poincaré-groep*, iets waar alle eerstejaars natuurkundestudenten mee te maken krijgen. (Lees hier meer over symmetrie en groepen.) Maar de symmetrieën van de celestial sphere, op oneindige afstand van het middelpunt, zijn veel minder bekend. Deze symmetrieën vormen samen de *BMS-groep*, vernoemd naar Hermann Bondi, Kenneth Metzner en Rainer Sachs, die deze symmetrieën in de jaren zestig voor het eerst wiskundig ontdekten. In 2014 lieten Andy Strominger en collega's zien dat een deel van deze BMS-groep een symmetrie bevat die een belangrijke hint is voor een onderliggende quantummechanische beschrijving, met een symmetriegroep die bekend staat als de *Virasoro-symmetrie*[3].

Dit artikel zette het onderzoeksprogramma in gang dat celestial holography wordt genoemd, met als doel om een quantumbeschrijving te vinden op de asymptotische rand van Minkowski-ruimte – de celestial sphere dus. De hoop is dat uit deze quantumbeschrijving op de rand de zwaartekracht in de hele Minkowski-ruimte emergeert. Met andere woorden: het doel is om ook voor asymptotisch vlakke ruimtes zoals degene waarin wij leven een holografische correspondentie op te zetten, een woordenboek tussen de quantummechanica op de celestial sphere en zwaartekracht in asymptotisch vlakke ruimtetijd. De inspiratie voor dit idee komt natuurlijk vanuit AdS/CFT, waarmee ik dit artikel begon, maar deze correspondentie aanpassen naar Minkowski-ruimte is zeker niet rechttoe-rechtaan. Het vinden van alle lemma's in het woordenboek van de hemelse holografie is nog een belangrijk onopgelost vraagstuk, waar een wereldwijde groep theoretisch natuurkundigen aan werkt. Mochten er nieuwe doorbraken worden gemaakt, dan houdt Quantum Universe je op de hoogte!

---

[1] Een nog betere benadering lijkt (op basis van astronomische observaties) te zijn dat ons heelal een kleine positieve kromming heeft.

[2] In dit geval gaat het om een tweedimensionale bolsfeer op ieder punt in de tijd, wat topologisch equivalent is aan een driedimensionale variant op een cilinder.

[3] Het artikel van Andy Strominger et al., waarin het idee van celestial holography voor het eerst geopperd werd, heet “Semiclassical Virasoro Symmetry of the Quantum Gravity S-Matrix” en komt uit 2014. Het artikel kun je vinden op het ArXiv: https://arxiv.org/abs/1406.3312.