

Hoor je de vorm van een trommel?

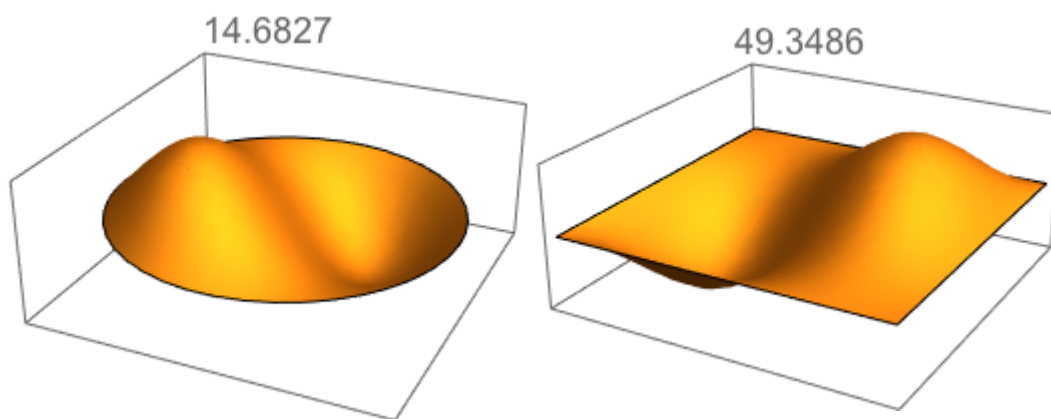
Trommels zijn er in alle vormen en maten. De klank die ervanaf komt hangt af van de vorm van de trommel: een ronde trommel zal anders klinken dan een ovale. Maar hoe precies is deze relatie? Kun je de vorm van de trommel horen aan de klank?



Afbeelding 1. Een drumstel. Verschillende trommels klinken verschillend. Maar kun je de precieze vorm van een trommel aan zijn geluid horen? Foto: [Pexels](#).

Om deze vraag goed te begrijpen moeten we een aantal begrippen uit het artikel over [snaren](#) gebruiken. Daar bespraken we dat een snaar op verschillende *eigenfrequenties* kan trillen. Bij elke frequentie hoort een toon, en de relatieve sterkte tussen deze zogenaamde boventonen maakt het verschil tussen de klank van een noot van bijvoorbeeld een pianosnaar of een gitaarsnaar.

Trommervellen kunnen echter op veel meer manieren trillen. In tegenstelling tot de pianosnaar is een trommelvel tweedimensionaal. Aangezien trommervellen aan de rand op de trommel vast zitten, heeft de vorm van deze rand veel invloed op de mogelijke trillingen. Hieronder zie je duidelijk verschil tussen de tweede eigenfrequenties van een vierkant en rond trommelvel. Net als snaarinstrumenten kan je trommels dus op basis van hun geluid onderscheiden.



Afbeelding 2. Eigen trillingen. De tweede eigen trillingen van een ronde en vierkante trommel.

Je kunt je afvragen hoe precies dit onderscheid gemaakt kan worden. Stel dat je een blinddoek om krijgt bij een trommelconcert. Doordat hun eerste trillingen al zo veel verschillen, kan je de vierkante en de ronde trommel waarschijnlijk wel uit elkaar houden. Als je een heel goed gehoor hebt, zou je dan op basis van de eigenfrequenties die je hoort met zekerheid kunnen zeggen wat de vorm van de trommel is?

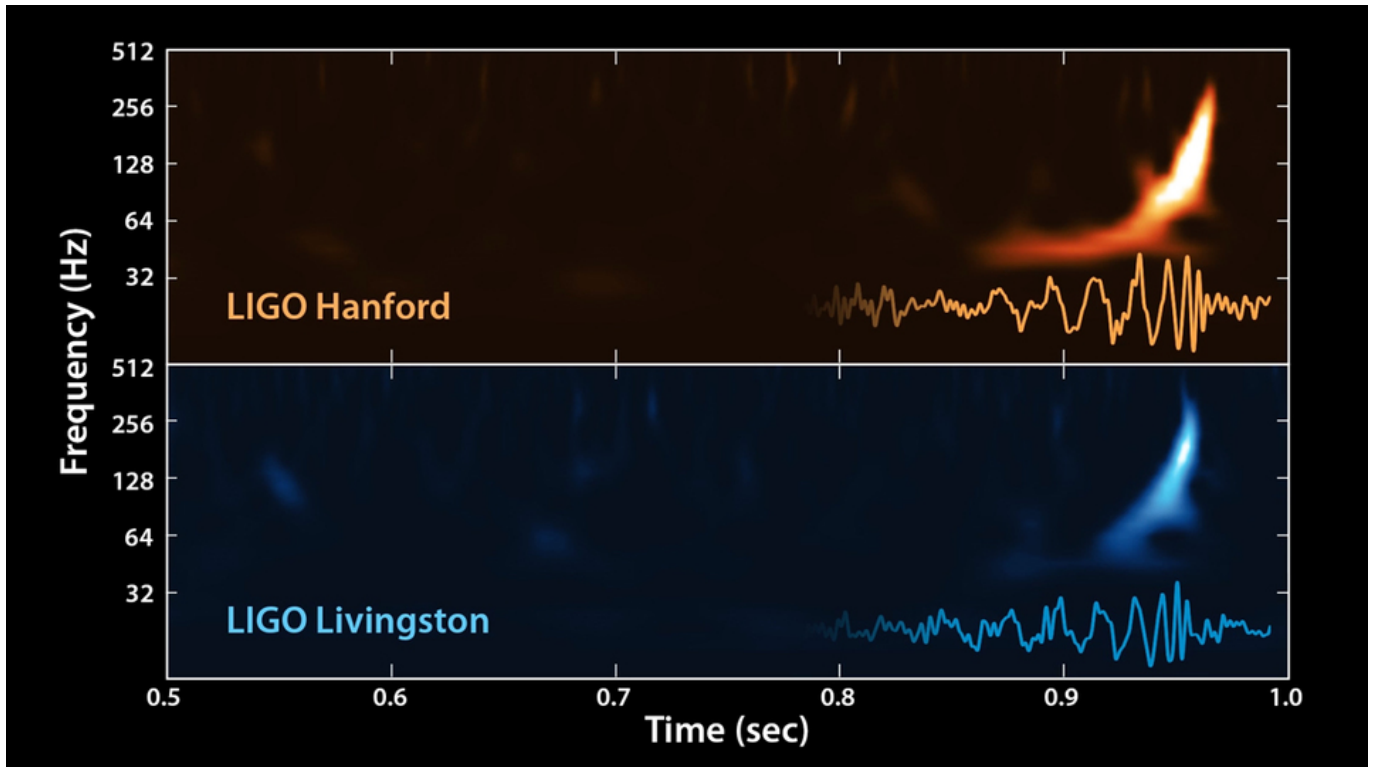
Deze vraag stelde de beroemde wiskundige Mark Kac zich in de jaren zestig. Het bleek een lastig probleem, en pas in 1992 werd een tegenvoorbeeld gevonden. Hoewel hun vorm duidelijk anders is, komen de eigenfrequenties van de volgende twee trommervellen precies overeen.



Afbeelding 1. Twee trommelvellen met dezelfde klank. Twee trommelvellen met precies dezelfde eigenfrequenties. Deze trommelvellen zijn elkaars spiegelbeeld, maar er zijn ook veel ingewikkelder voorbeelden. Zie [deze](#) website voor meer voorbeelden en achtergrond.

Behalve misschien voor blinde trommelaars lijkt dit weetje niet direct van groot natuurkundig belang. De ideeën die erin voorkomen zijn echter wel schering en inslag, vooral in de [algemene relativiteitstheorie](#). Net zoals een snaar of een trommelvel kan immers ook de *ruimtetijd* trillen!

Ook “trommels” blijken in Einsteins theorie te bestaan: zwarte gaten hebben heel bijzondere eigentrillingen, waar zelfs hun massa en impulsmoment aan af te lezen is. Hierover lees je binnenkort meer op The Quantum Universe. Deze trillingen kwamen bijvoorbeeld terug in de [zwaartekrachtsgolven](#) die onlangs door LIGO zijn waargenomen. Ze vormen een belangrijke aanwijzing voor het feit dat het signaal van een botsing van twee zwarte gaten kwam. De echte vraag is dan misschien wel: kun je de vorm van een zwart gat horen?



Afbeelding 3. Trillingen van de ruimtetijd na een versmelting van twee zwarte gaten. Afbeelding: LIGO.