Hydrodynamica (2): Viscositeit

In dit tweede artikel in ons dossier over hydrodynamica gaan we verder op het punt waar het vorige artikel eindigde: bij wrijving in een vloeistof. Het centrale begrip in dit artikel is “viscositeit”. We zullen uitleggen wat dat begrip precies inhoudt, en hoe het er bijvoorbeeld voor zorgt dat wolken kunnen zweven.

In deel 1 van deze serie legden we uit we hoe we vloeistoffen het liefst beschrijven door naar kleine vloeistofvolumetjes te kijken. In het eenvoudigste geval verwaarlozen we daarbij de onderlinge wrijving van die volumetjes. Ervaren de vloeistofvolumetjes wel een onderlinge wrijving, dan wordt de beweging of vloeistofstroom tegengewerkt door een nieuwe kracht. Denk bijvoorbeeld aan het verschil tussen water en honing. Water heeft bijna geen interne wrijving, terwijl bij honing die wrijvingskracht juist erg groot is. De grootheid die het verschil aanduidt tussen een grote en kleine wrijving heet de *viscositeit*. In de afbeelding hieronder zie je duidelijk dat stroop, met een hoge viscositeit, zich heel anders gedraagt dan water, met een lage viscositeit.



Afbeelding 1. Stroop.Door de hogere interne wrijving, oftewel de viscositeit, gedraagt stroop zich heel anders dan water. Foto: US Department of Agriculture (CC BY-SA 2.0).

Om de rol van viscositeit mee te nemen in de Eulervergelijkingen die we in het vorige artikel bespraken, voegen we simpelweg die nieuwe wrijvingskracht aan de krachtenbalans toe. Deze uitbreiding, hoe gering die ook klinkt, maakt een wereld van verschil. Met de nieuwe vergelijkingen, ook wel de *Navier-Stokesvergelijkingen* genoemd, kun je een veel groter scala aan vloeistoffen beschrijven. Je kunt er bijvoorbeeld niet alleen de stroming van vloeistof door een buis mee bepalen, maar ook turbelentie bestuderen. Dat laatste is overigens direct een van de moeilijkste problemen in de hydrodynamica!

Een iets eenvoudiger maar ook erg interessant probleem is het beschrijven van vallende waterdruppels. We hebben eerder op deze website al eens beschreven waarom wolken wit zijn, maar nog niet waarom diezelfde wolken zweven in de lucht. We zullen zien dat dit alles te maken heeft met viscositeit.

Laten we voor het gemak kijken naar een enkele waterdruppel die bolsymmetrisch is en een constante diameter heeft. Stel dat deze waterdruppel zich ergens hoog in de lucht bevindt en door de zwaartekracht naar beneden wordt getrokken. In eerste instantie zul je denken dat lucht vrijwel geen wrijving heeft en dus geen effect op de valbeweging van het druppeltje. Nu komt echter het leuke: dat is niet helemaal waar! De wrijvingskracht neemt namelijk toe naarmate de snelheid van de druppel groter wordt en is op een gegeven moment dus niet meer te verwaarlozen. Uiteindelijk zullen de twee krachten die in het spel zijn, zwaartekracht en wrijvingskracht, elkaar opheffen en zal het druppeltje met een constante snelheid verder bewegen.



Afbeelding 2. Sir George Stokes (1819-1903).Stokes werd geboren in Ierland en woonde en werkte het grootste deel van zijn leven in Cambridge in Engeland. Hij leverde vele belangrijke bijdragen aan zowel de wiskunde als de natuurkunde.

Het mooie is dat dit probleem met wat wiskunde vrijwel exact opgelost kan worden. De wrijvingkracht, F_w, kun je vinden door de Navier-Stokesvergelijkingen voor dit geval op te lossen. Het resultaat wordt de *wet van Stokes* genoemd:

$F_w = 6 \pi \eta R v$

In deze formule staat η de viscositeit van het medium waarin de druppel beweegt (in dit geval lucht), R voor de straal van de druppel, en v de snelheid van de druppel. Je ziet dat de wrijvingskracht inderdaad groter wordt naarmate de snelheid van de druppel groter wordt. Bovendien zie je ook dat de kracht groter wordt als de viscositeit van het medium toeneemt.

Zoals gezegd: als de waterdruppel zijn uiteindelijke snelheid bereikt heeft is de wrijvingskracht gelijk aan de zwaartekracht. De grootte van die kracht wordt, zoals je op de middelbare school leert, gegeven door de massa maal de valversnelling van 9.,81 m/s^2. Lossen we die vergelijking dan op voor een flinke druppel met een straal van 1 cm, dan vinden wat dat de snelheid ongeveer 12 m/s is – een dikke 40 kilometer per uur. Zo'n druppel zal uiteindelijk de aarde bereiken in de vorm van regen.



Afbeelding 3. Wolken.Waarom zweven wolken in de lucht en vallen ze niet op de aarde? Foto: Gianni Crestani (CC0).

Maar hoe zit het met de druppels in de wolken? Hoe snel vallen die? Als je een realistische waarde van ongeveer 10 micrometer voor die druppels aanneemt en weer de berekening doet, zul je vinden dat het wel een dag duurt voordat ze een meter gevallen zijn! Dit, gecombineerd met andere effecten als de zijwaartsestroming van de wolken en verdamping, zorgt ervoor dat wolken effectief zweven en alleen in regen veranderen als de druppels groot genoeg zijn om significante afstanden af te leggen.

Daarom zweven wolken dus: ze vallen gewoon heel erg traag – en dat allemaal door de viscositeit van de lucht! Als je een beetje handig bent met formules, probeer de berekeningen die ik hierboven gedaan heb dan vooral eens na te doen. Stel de correcte krachtenbalans op en zoek de juiste waarden voor de onbekende grootheden op.

In dit artikel hebben we natuurlijk maar één gevolg van viscositeit behandeld, maar er zijn talloze interessante vraagstukken te bedenken. Zo is het bij veel chemische bedrijven een hele kunst om vloeistoffen snel door een buis van het ene naar het andere reactorvat te

pompen. Viscositeit zorgt voor ongewenste wrijving en kan de reacties verstoren. Daarnaast is een combinatie van viscositeit en dichtheid ook erg belangrijk voor het bepalen of de stroming van de vloeistof turbulent is of niet. In een later artikel in deze serie zullen we daar dieper op in gaan, en ook zien wat hydrodynamica met snaartheorie te maken heeft!