

Is tijd waarneembaar?

Is tijd waarneembaar? “Ja”, lijkt het voor de hand liggende antwoord: je kunt immers op een klok kijken. Maar neem je dan echt de tijd zelf waar? Volgens de quantummechanica speelt tijd een heel andere rol dan andere waarneembare grootheden. Luka Vinck legt uit wat dat betekent.



Afbeelding 1. De ‘Wereldklok’ op het Alexanderplein in Berlijn. Afbeelding: [Diego Delso](#), via Wikimedia Commons.

In een [eerder artikel](#) besprak ik een aantal conceptuele problemen met betrekking tot de begrippen van ruimte en tijd bij het verenigen van de algemene relativiteitstheorie en de quantummechanica. Ik schreef daar onder andere dat, waar aan de ene kant in de relativiteitstheorie ruimte en tijd zelf dynamische concepten zijn die reageren op veranderingen in de verdeling van energie en materie, zij aan de andere kant in de

quantummechanica fungeren als een absolute achtergrond waartegen materie beweegt – net zoals in de [klassieke mechanica van Newton](#). Bovendien zijn ruimte en tijd in de quantummechanica twee duidelijk onderscheiden concepten, terwijl zij in de relativiteitstheorie op gelijke voet worden geplaatst, en daar de splitsing van ruimte en tijd afhankelijk is van het perspectief dat wordt aangenomen.

Dit lijkt te suggereren dat tijd in de quantummechanica, in tegenstelling tot in de relativiteitstheorie, een eenduidig begrip is. In dit artikel wil ik dat beeld enigszins nuanceren. Het is namelijk inderdaad zo dat tijd in quantummechanica een unieke rol speelt die verschilt van andere grootheden, zoals je misschien intuïtief ook zou verwachten. Maar deze unieke rol blijkt, zoals we zullen zien, tot gevolg te hebben dat de theorie verbiedt dat tijd een waarneembare grootheid is in de gebruikelijke zin – wat dan weer volledig tegen het intuïtieve in lijkt te gaan, aangezien het verstrijken van de tijd misschien wel de meest primaire en niet weg te denken gewaarwording van ons bewustzijn is. Of in ieder geval: zo werd dat in de jaren 30 door één van de grondleggers van de quantummechanica, Wolfgang Pauli, beargumenteerd. Hoe werkt de theorie hierachter? En zijn er manieren waarop we toch tijd kunnen waarnemen in de quantummechanica?

Laat ik eerst ingaan op de vraag wat het betekent voor een grootheid in de quantummechanica om ‘waarneembaar’ te zijn. Hiervoor moeten we een blik werpen op de wiskundige structuur van die theorie. Grootheden – zoals positie, impuls, energie, enzovoort – worden daarin vertegenwoordigd door [operatoren](#). Dat zijn wiskundige objecten die een bepaalde actie op de toestand van het systeem vertegenwoordigen, bijvoorbeeld een meting. Je kunt zo een operator zien als een soort vraag die aan het systeem wordt gesteld. De positie-operator in het systeem van een enkel deeltje vertegenwoordigt bijvoorbeeld de vraag ‘wat is de positie van het deeltje?’ Toegepast op de toestand van het systeem vertelt die operator je welke uitkomsten mogelijk zijn als je de positie meet, en hoe waarschijnlijk elk van die uitkomsten is.

Niet alle vragen leiden echter tot een zinvol antwoord. Sommige operatoren zullen namelijk een [imaginair getal](#) als uitkomst geven. Zo’n uitkomst komt niet overeen met iets wat we daadwerkelijk kunnen observeren. Alleen zogenaamde ‘zelfgeadjungeerde’ operatoren (wat dat precies betekent is hier verder niet belangrijk) geven altijd een reëel getal als uitkomst. En alleen deze operatoren zien we daarom als daadwerkelijk waarneembare grootheden.

Zulke waarneembare grootheden worden ook wel *observabelen* genoemd.

Een van de belangrijkste principes van de quantummechanica is dat we niet alle observabelen van een systeem tegelijkertijd nauwkeurig kunnen bepalen. In de beroemde "[Kopenhaagse interpretatie](#)" van de quantummechanica zoals die werd geformuleerd door Niels Bohr en Werner Heisenberg, komt dit doordat we verschillende theoretische beschrijvingen van hetzelfde systeem kunnen hebben, die op het eerste gezicht met elkaar in tegenspraak zijn, afhankelijk van de meetopstelling die we kiezen om dan wel deze, dan wel andere eigenschappen van het systeem zichtbaar te maken. Dit idee staat bekend als *complementariteit*, en werd in 1927 door Bohr gepresenteerd als grondslag voor de eerste coherente interpretatie van de quantummechanica.

De beroemde [golf-deeltjedualiteit](#) is een voorbeeld van complementariteit. Licht en materie gedragen zich soms als golf, soms als deeltje, afhankelijk van hoe je ernaar kijkt. Er zijn daarmee twee complementaire beschrijvingen van hetzelfde systeem. Formeel gezien betekent dit dat de operatoren die bij de deeltjesbeschrijving horen een complementaire variabele hebben die bij de golfbeschrijving hoort, en de uitkomsten die volgen uit deze complementaire operatoren kunnen gezamenlijk maar tot een bepaalde nauwkeurigheid worden bepaald – een feit wat beschreven wordt door Heisenbergs [onzekerheidsrelatie](#). Bepalen we bijvoorbeeld erg nauwkeurig de positie van een elektron, dan wordt de impuls van het elektron onzeker, en vice versa, omdat [de golf die het deeltje beschrijft](#) niet tegelijkertijd voor beide grootheden scherpe waarden kan hebben.

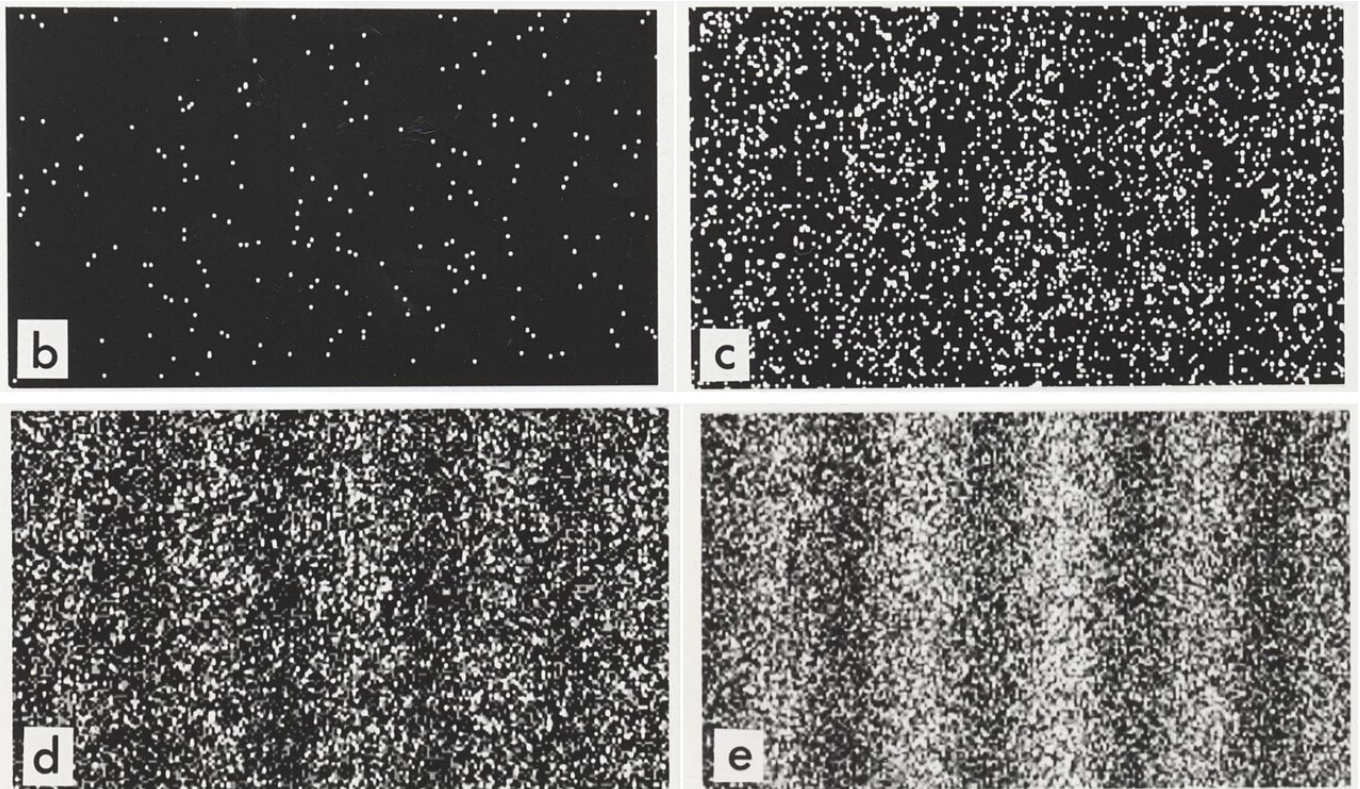
Dit idee kan wiskundig worden geformuleerd in volgende vergelijking:

$$[\hat{X}, \hat{P}] = i\hbar$$

Aan de linkerkant staat de *commutator* van de positieoperator $\hat{X}$ en de impulsoperator $\hat{P}$. Deze commutator kun je zien een maat voor het verschil tussen eerst een meting van de impuls uitvoeren en dan een meting van de positie, of juist eerst die van de positie en dan die van de impuls. Die twee volgordes geven over het algemeen niet hetzelfde resultaat, omdat in de quantummechanica het doen van een meting de toestand van het systeem verandert. Het maakt dus uit in welke volgorde je meet – net zoals het uitmaakt of je eerst een jas aantrekt en dan een handschoen, of andersom. De vergelijking hierboven zegt dat dat verschil gelijk is aan het imaginaire getal i maal de gereduceerde

constante van Planck ($\hbar = h / 2\pi$), gelijk aan de “gewone” constante van Planck gedeeld door (2π).

Positie en impuls zijn dus complementaire operatoren, en hun onzekerheidsrelatie weerspiegelt de golf-deeltjesdualiteit. Dit wordt mooi zichtbaar in het [tweespletenexperiment](#).



Afbeelding 2. Het tweespletenexperiment. Het tweespletenexperiment laat zien hoe licht en materie zowel deeltjes- als golfverschijnselen kunnen vertonen. Elke stip duidt een enkel deeltje aan dat door de spleten is gegaan. Na verloop van tijd vormen de stippen samen een interferentiepatroon. Afbeelding uit een artikel van Akira Tonomura, via [Wikimedia Commons](#).

Tijd en energie zijn ook twee van zulke complementaire grootheden. Maar deze twee grootheden nemen bovendien, zoals eerder vermeld, een speciale plaats in de theorie in. Zij spelen namelijk de hoofdrol in wat misschien wel de belangrijkste vergelijking van de quantummechanica is: de [Schrödingervergelijking](#). Deze bewegingsvergelijking vervat de *dynamica* van de theorie, oftewel: hoe een quantummechanisch systeem verandert in de loop van de tijd. We kunnen dit opschrijven als een vergelijking voor de verandering van de toestand van het systeem, of als een vergelijking voor de operatoren – dat maakt geen

verschil, omdat het uiteindelijk draait om de berekende meetuitkomsten, die worden gegeven door combinaties van operatoren ('vraag') plus toestand.

Voor operatoren ziet de bewegingsvergelijking (die in deze formulering ook wel de bewegingsvergelijking van Heisenberg heet) er als volgt uit:

$$[\hat{A}, \hat{H}] = i\hbar \frac{d\hat{A}}{dt}.$$

Laten we de ingrediënten één voor één langsgaan. Aan de linkerkant zien we weer de commutator tussen de operatoren $\hat{A}$ en $\hat{H}$. $\hat{A}$ kan hier een willekeurige operator zijn, bijvoorbeeld die van de positie of van de impuls. $\hat{H}$ is de operator voor de energie van het systeem, die om historische redenen ook wel de Hamiltoniaan wordt genoemd. Aan de rechterkant zien we weer het imaginaire getal i en de constante $\hbar$ maal de afgeleide van $\hat{A}$ naar t . De parameter t beschrijft de tijd, en de afgeleide $d\hat{A}/dt$ beschrijft dus hoe de operator $\hat{A}$ verandert in de loop van de tijd. De vergelijking hierboven vertelt ons dat deze verandering wordt bepaald door de energieoperator $\hat{H}$ – men zegt ook wel dat de Hamiltoniaan de verandering in de tijd 'genereert.' En dit komt nou juist doordat energie en tijd complementaire grootheden zijn, net zoals de impuls (=beweging) veranderingen in de positie genereert. De commutator in de vergelijking hierboven is de quantummechanische manier om dit feit op te schrijven. Weten we dus alles over de energie van een systeem, dan kunnen we berekenen hoe het zich in de toekomst zal gedragen.

De t in de bewegingsvergelijking is echter geen operator, zoals energie of positie en impuls, maar een parameter "buiten de theorie zelf" die de tijd bijhoudt. Net zoals in de Newtoniaanse mechanica is de tijd hier dus een soort achtergrondvariabele. Deze tijd tikt gewoon door, ongeacht wat er verder in de theorie gebeurt. De vraag is of er ook een quantummechanische tijdoperator $\hat{T}$ is die correspondeert met een waarneembare grootheid, en die ons de tijd kan geven van het systeem in een bepaalde toestand. Zo'n operator zou precies gelijk moeten lopen met de achtergrondtijd t . Oftewel: voor elke verandering in t , moet er een gelijke verandering in de uitkomst van $\hat{T}$ plaatsvinden. Dit betekent dat $d\hat{T}/dt = 1$. Als we dit invullen in de vorige vergelijking, zien we dat de tijdsoperator aan de volgende relatie moet voldoen:

$$[\hat{T}, \hat{H}] = i\hbar.$$

Dit is precies dezelfde relatie als die tussen positie en impuls in de eerste vergelijking – wat weer onderstreept dat tijd en energie, net zoals positie en impuls, complementaire grootheden zijn. Maar nu komt het probleem dat werd aangestipt door Pauli. Als $\hat{T}$ namelijk een zelfgeadjungeerde operator is die complementair is aan de energieoperator, dan kunnen we, door deze operator $\hat{T}$ op toestanden toe te passen, veranderingen in de energie genereren, evengoed als andersom – net zoals bij positie en impuls. De theorie vertelt ons dat dit alle soorten veranderingen mogen zijn, van willekeurige grootte en met willekeurig teken. Voor positie en impuls is dit geen probleem: beide kunnen immers zowel positieve als negatieve waarden aannemen, in principe van arbitraire grootte – negatieve impuls betekent eenvoudigweg dat het deeltje in de andere richting beweegt. Maar voor energie is dit niet het geval. De energie van een systeem mag wel heel groot worden, maar kan geen willekeurig grote negatieve waarde aannemen. Het systeem zal namelijk altijd naar de toestand met de laagste energie (de zogeheten grondtoestand) bewegen. Als die toestand er niet is, en de energie in het oneindige kan blijven afnemen, dan is het systeem niet stabiel. Je kan dit zien als een balletje dat van een berg afrolt zonder ooit een dal te bereiken. Zulke systemen komen we niet tegen in de natuur, en dus zeggen we meestal dat dit in de theorie ook niet mag voorkomen, en dat de energie altijd een ondergrens moet hebben. Dit betekent echter dat er géén zelfgeadjungeerde operator $\hat{T}$ kan zijn, omdat die zulke negatieve energieën mogelijk zou maken. En aangezien alleen zelfgeadjungeerde operatoren overeenkomen met waarneembare grootheden, is er dus geen waarneembare grootheid in de quantummechanica die de tijd representeert.

Er zijn enkele manieren om om Pauli's argument heen te werken en tijd toch als een waarneembare grootheid in de quantummechanica te formuleren. De bekendste aanpak is misschien om de eis dat waarneembare grootheden altijd moeten overeenkomen met een zelfgeadjungeerde operator een beetje te laten vieren. In plaats daarvan kunnen we tijd beschrijven als een 'positive operator-valued measure' (POVM). Met zo'n POVM beschrijven we een meting niet met één zelfgeadjungeerde operator met scherpe meetuitkomsten, maar koppelen we aan elke mogelijke meetuitkomst een bepaald wiskundig object – een 'positieve operator' – dat ons de waarschijnlijkheid van die uitkomst geeft. Die verzameling van positieve operatoren samen vormt de POVM. Die constructie is wiskundig wat minder ideaal, maar staat ons wel toe om de kansen van verschillende meetuitkomsten te berekenen, waar we vanuit praktisch oogpunt meestal in geïnteresseerd zijn. Op een bepaalde manier

vertegenwoordigen POVMs meer realistische metingen die overeenkomen met daadwerkelijke meetopstellingen, in plaats van een wiskundige idealisatie, namelijk metingen die nooit een precieze uitkomst geven en ook bij herhaling niet steeds exact dezelfde uitkomst geven. Zo'n POVM kan dus niet perfect de achtergrondtijd t weergeven, maar wel goed voorspellen met welke waarschijnlijkheid we een bepaalde tijd zullen meten.

Een andere aanpak is om tijd en evolutie te meten relatief aan de verandering van een andere quantumgrootte binnen of buiten het systeem. Op een bepaalde manier is dit eigenlijk ook wat we in de klassieke natuurkunde doen: we meten nooit direct de 'tijd' zelf, maar relateren bijvoorbeeld de beweging van een object aan de voortgang van een wijzer op de klok of de cijfers op een stopwatch, waarbij we ervan uitgaan dat de beweging van de wijzer of de cijfers op de stopwatch direct gerelateerd zijn aan de 'tijd' zelf. Dit laatste vereist echter wel een kleine 'leap of faith'. De natuurkundige Carlo Rovelli onderstreept dit idee in [één van zijn artikelen](#) met de volgende anekdote van Galileo:

Het verhaal gaat dat Galileo in de kathedraal van Pisa was tijdens een religieuze ceremonie, kijkend naar een grote kroonluchter die schommelde. Door zijn eigen hartslag als klok te gebruiken, ontdekte Galileo dat er evenveel hartslagen waren in elke oscillatie van de kandelaar. Een tijdje later werden slingerklokken wijdverspreid, en dokters begonnen ze te gebruiken om hartslag van zieken te controleren.

We kunnen dus zowel de hartslag gebruiken voor het meten van de oscillatie van een slinger als een slinger voor het meten van de frequentie van de hartslag. Praktisch relateren we de ene variabele aan de andere, maar is het onduidelijk welke daadwerkelijk de 'tijd' representeert. Ook Newton was zich hiervan bewust; zo schreef hij in zijn beroemde *Principia* dat we nooit de tijd zelf meten maar enkel een "externe maat voor duur door middel van beweging." Zo'n plaatsvervangende grootte die het verstrijken van de tijd bijhoudt is precies wat we een klok noemen. En het feit dat we de beweging van een klok de interpretatie van 'tijd' geven komt misschien vooral doordat we deze beweging op een gelijkmatige manier waarnemen in ons bewustzijn, die ons een intuïtief begrip van de achterliggende tijd verschaft.



Afbeelding 3. Een kroonluchter in de kathedraal van Pisa. Een kroonluchter in de kathedraal van Pisa, waar Galileo het idee voor zijn theorie van de slinger opdeed. Foto: Elias Roviello, via Flickr (CC BY-NC-SA 2.0).

Op dezelfde manier kunnen we dus ook in de quantummechanica de evolutie van de ene grootheid ten opzichte van een andere grootheid beschrijven. Dit idee werd in de jaren 80 gepresenteerd door de natuurkundigen Page en Wootters, en wordt daarom ook wel het Page-Woottersmechanisme genoemd. We kiezen dan één grootheid uit die fungeert als klok, bijvoorbeeld de positie van een bepaald deeltje, en relateren de verandering van andere grootheden – bijvoorbeeld de positie van een ander deeltje – aan de verandering van deze klok. In het Page-Wootters-beeld is de gezamenlijke toestand van ‘klok’ plus ‘systeem’ in zekere zin tijdloos: de Hamiltoniaan laat de totale toestand niet veranderen. Wat wij als tijdsverloop ervaren, komt dan voort uit de correlaties tussen de klok en de rest van het

systeem. Deze relatieve tijd is dan misschien niet helemaal dezelfde als de achterliggende tijd die wordt beschreven door de parameter t in de Schrödingervergelijking – maar je kan je afvragen of we die achterliggende tijd nog wel nodig hebben. Want als we de tijd alleen kunnen meten door middel van klokken, wat voor natuurkundige betekenis heeft die achterliggende tijd dan?