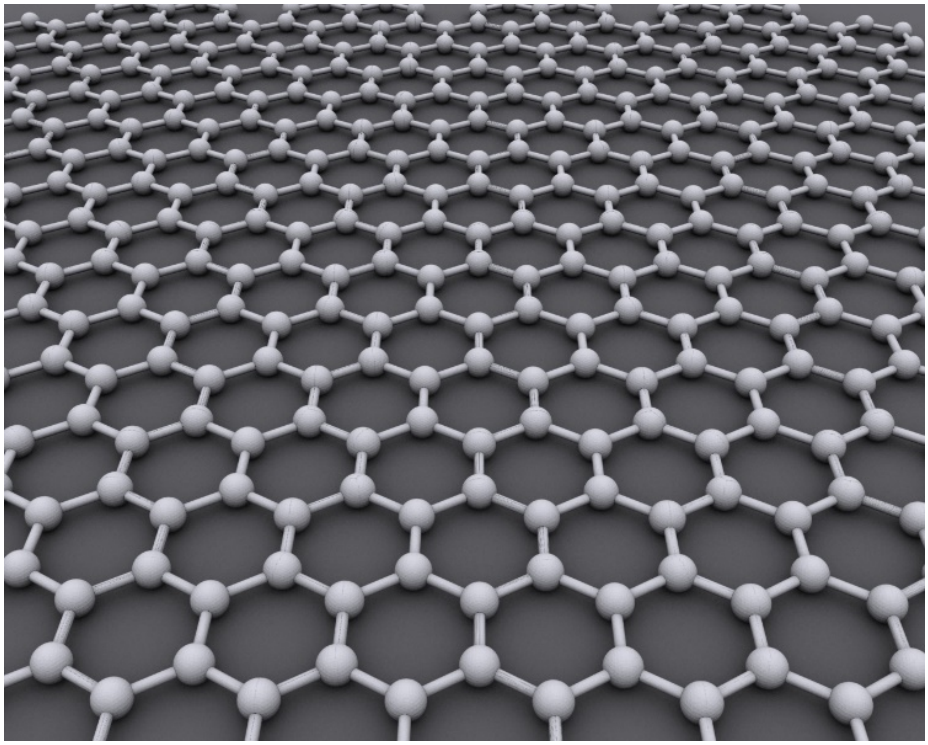
Natuurkunde in minder dan drie dimensies

Leon Schoonderwoerd is masterstudent theoretische fysica aan de Universiteit van Amsterdam. In deze gastbijdrage legt hij uit waarom natuurkundigen vaak met modellen met minder dan drie dimensies werken en hoe hij dat gebruikt in zijn eigen onderzoek naar magnetisme.

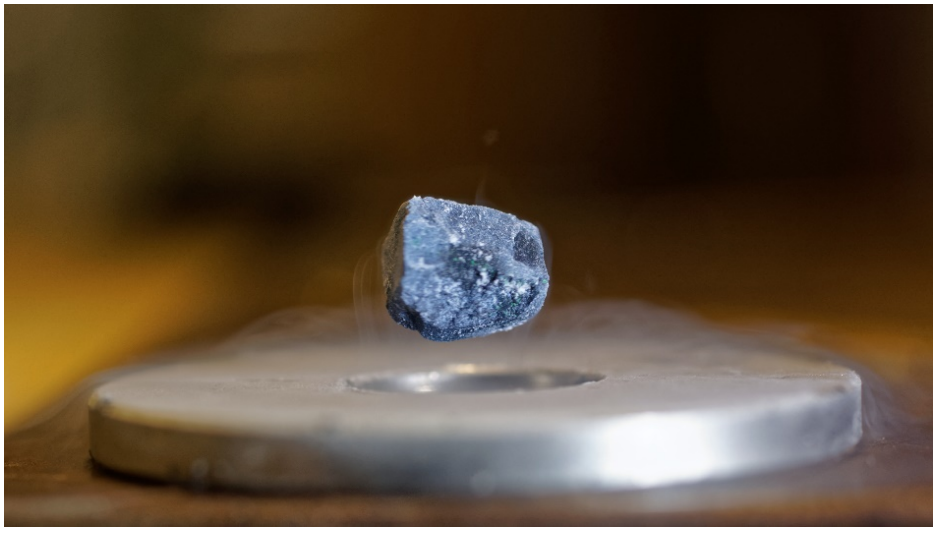
Waar voor de meeste mensen het leven zich afspeelt in drie dimensies (of vier, als we de tijd meerekenen), ligt dit voor veel natuurkundigen anders. Eerder is op deze website aandacht besteed aan het feit dat snaartheorie zich in maar liefst tien dimensies afspeelt, die op een zekere manier tot de gebruikelijke vier gereduceerd kunnen worden. Natuurkundigen die zich niet met snaartheorie maar met gecondenseerde materie bezighouden, werken vaak de andere kant op. Zij bestuderen de eigenschappen van de natuur door na te denken over theorieën in slechts één of twee dimensies.

Gecondenseerde materie is het vakgebied dat zich binnen de natuurkunde bezighoudt met de eigenschappen van materie in vaste vorm. Een reden dat binnen dit gebied vaak in minder dan drie dimensies gewerkt wordt, is dan ook dat er materialen bestaan die effectief één- of tweedimensionaal zijn. Een bekend voorbeeld is het tweedimensionale grafeen. Ook wordt er steeds meer onderzoek gedaan naar `nanodraden', draadjes die zó dun zijn dat ze in feite eendimensionaal zijn.



Afbeelding 1. Model van grafeen.Auteur: AlexanderAIUS.

Naast materialen die zo plat of dun zijn dat ze niet meer driedimensionaal zijn, zijn er ook fenomenen die zich weliswaar in de driedimensionale ruimte afspelen, maar die verklaard kunnen worden door een theorie in minder dimensies. Het blijkt bijvoorbeeld dat supergeleiding bij een hoge 'kritische temperatuur' verklaard kan worden met het Hubbard-model, wat vaak in twee dimensies bestudeerd wordt. Ook topologische isolatoren hebben een tweedimensionaal karakter: een belangrijke eigenschap van deze materialen is het gedrag van elektrische stroom aan het (tweedimensionale) oppervlak.



Afbeelding 2. Zwevende supergeleider.Auteur: Julian Litzel.

Naast de directe toepasbaarheid van laag-dimensionale modellen hebben deze modellen een ander voordeel. Het is namelijk vaak makkelijker om berekeningen uit te voeren met een model in één of twee dimensies dan in drie dimensies. Dit geldt voor exacte, ‘algebraïsche’ oplossingen (het Hubbard-model kan alleen in één dimensie exact worden uitgerekend), maar zeker ook voor numerieke methodes, die veel gebruikt worden binnen de gecondenseerde materie. Ondanks dat de resultaten van dergelijk onderzoek niet een-op-een overeenkomen met de werkelijkheid, kunnen ze ons veel leren over hoe de natuur zich gedraagt.

Ook in mijn eigen onderzoek werk ik met systemen in minder dan drie dimensies. Ik hou mij namelijk bezig met zogenaamde ‘spinkettingen’: eendimensionale modellen voor magnetisme. Deze modellen probeer ik te simuleren met behulp van een computer. Door de specifieke manier waarop ik de spinkettingen in mijn computer opsla (met behulp van ‘tensor networks’ en ‘matrix product states’, voor de liefhebber), levert deze dimensionaliteit een heel concreet voordeel op. De hoeveelheid computergeheugen die nodig is om mijn systeem te beschrijven wordt in één dimensie namelijk slechts lineair groter, wat wil zeggen dat ik twee keer zoveel geheugen nodig heb om een twee keer zo groot systeem op te slaan. In systemen met meer dimensies wordt dit verband exponentieel, waardoor het erg inefficiënt is om (zonder gebruik te maken van allerlei trucs) met grote systemen te werken. Omdat er toch veel geleerd kan worden van een systeem in één dimensie, is dat dus een mooie manier om met beperkte middelen zinnig onderzoek te doen.