Quantumfysica (10): Quantumkansen

Dit is het tiende artikel uit het dossier Quantumfysica. Het negende artikel ging over een belangrijke toepassing van de quantummechanica: quantumcomputers.

In de afgelopen drie artikelen hebben we het gehad over diverse toepassingen van de quantummechanica: verstrengeling, tunnelen, en het gebruik van superposities in quantumcomputers. Hoewel de quantumcomputer zelf een betrekkelijk nieuw idee is, gaat het in al deze gevallen om natuurkunde die al grofweg een eeuw bekend is. In de komende artikelen willen we het hebben over nieuwere ontwikkelingen in de quantumfysica – ontwikkelingen die grofweg begonnen met het werk van de Amerikaan Richard Feynman kort na de Tweede Wereldoorlog. Om die ontwikkelingen goed te kunnen begrijpen, moeten we echter eerst nog wat uitgebreider stilstaan bij het kansbegrip in de quantummechanica.

Afbeelding 1. Richard Feynman.De Amerikaanse natuurkundige Richard Feynman (1918-1988) bedacht een overzichtelijke manier om berekeningen te doen aan de kansprocessen in de quantumfysica. Foto: The Nobel Foundation.

Zoals we in de voorgaande artikelen uitgebreid hebben besproken, speelt kansbegrip in de

quantumfysica een cruciale rol. Een quantumdeeltje is zelden op één bepaalde plaats of in één bepaalde spintoestand. In plaats daarvan is er een golffunctie die aan elk van de mogelijke toestanden een kans toekent, en totdat we een meting doen is het deeltje in zekere zin in al die toestanden tegelijk. Quantummechanica lijkt daardoor een frustrerende natuurkundige theorie: door het kansaspect kunnen we vrijwel niets meer met 100% zekerheid voorspellen. Tegelijkertijd is die situatie in praktisch opzicht niet heel anders dan in de klassieke fysica. Als we met een dobbelsteen gooien, kunnen we weliswaar in theorie exact uitrekenen wat de uitkomst zal zijn – iets wat in de quantummechanica niet kan – maar in de praktijk zullen we de beginpositie en -snelheid van de dobbelsteen zelden nauwkeurig genoeg kennen om met 100% zekerheid de uitkomst te kunnen uitrekenen.

Een ander voorbeeld is de thermodynamica: als we willen beschrijven hoe een kop koffie afkoelt, is het onmogelijk om van elk molecuul in de koffie exact de plaats en de snelheid te bepalen. Dat blijkt ook helemaal niet nodig te zijn: een kansverdeling van de snelheden is voldoende. Zolang we maar weten wat de gemiddelde snelheid en dus de gemiddelde energie van een molecuul is – informatie die we kunnen afleiden uit de *temperatuur* van de koffie – kunnen we heel nauwkeurig beschrijven hoe de koffie zal afkoelen.

Afbeelding 2. Een kop hete koffie.Om te beschrijven hoe een kop koffie afkoelt hoeven we niet alle informatie over elk afzonderlijk molecuul te kennen. Het is voldoende om te weten wat de gemiddelde energie van een

molecuul is – informatie die bevat is in het begrip temperatuur. Foto: Padurariu Alexandru.

Ook in de klassieke fysica zijn we dus al gewend om te rekenen met kansverdelingen. Zoals uit de beschrijving hierboven blijkt, is een belangrijk begrip daarbij het gemiddelde: als we een *gemiddelde* uitkomst van een experiment kunnen berekenen, zijn we al een heel eind op weg.

Het is goed om stil te staan bij de vraag hoe we de gemiddelde uitkomst van een kansproces precies uitrekenen. Laten we als voorbeeld weer de dobbelsteen nemen. Als we zeggen dat de kans om met de dobbelsteen een 3 te gooien 1/6 is, bedoelen we daarmee het volgende. Wanneer we maar vaak genoeg met de dobbelsteen zullen gooien, zullen we uiteindelijk grofweg één op de zes keer de uitkomst “3” vinden. Na zes miljoen keer gooien, zullen we ongeveer een miljoen drieën hebben gegooid. We zullen ook bij benadering een miljoen enen, tweeën, vieren, vijven en zessen hebben gegooid. Daarmee zal de *totale* uitkomst dus ruwweg één miljoen plus twee miljoen plus drie miljoen plus vier miljoen plus vijf miljoen plus zes miljoen zijn, oftewel 21 miljoen. Delen we die uitkomst door het totale aantal worpen, zes miljoen, dan vinden het gemiddelde:

21.000.000/6.000.000 = 3,5.

Hoogstwaarschijnlijk zal de totale uitkomst niet *precies* 21 miljoen zijn, maar de daadwerkelijke uitkomst zal daar relatief weinig van verschillen. Het daadwerkelijke gemiddelde na zes miljoen worpen zal dus heel dicht bij 3,5 liggen. Vervangen we de zes miljoen worpen door zes miljard, dan zal het gemiddelde de 3,5 nog dichter naderen. Gooien we daarentegen maar zes keer, dan zal het daadwerkelijke gemiddelde flink van 3,5 kunnen afwijken. *Kansen* zeggen dus altijd iets over wat er gebeurt als we een *groot aantal metingen* doen.

Voor het *rekenwerk* is het daarentegen niet nodig om vooraf te bedenken hoe veel metingen we willen gaan doen. Als we alleen geïnteresseerd zijn in de op de lange termijn verwachte gemiddelde uitkomst, kunnen we het getal “miljoen” in de bovenstaande berekening prima weglaten – zoals we zagen krijgen we met bijvoorbeeld “miljard” hetzelfde antwoord. In dat geval berekenen we het lange-termijngemiddelde dus als volgt:

(1+2+3+4+5+6)/6 = 3,5.

Nog iets anders geschreven wordt dat:

1/6 + 2/6 + 3/6 + 4/6 + 5/6 + 6/6 = 3,5.

Wat we hier zien is een heel algemene rekenregel: om van een kansproces de gemiddelde uitkomst op de lange termijn te berekenen, nemen we alle mogelijke uitkomsten, vermenigvuldigen die met de bijbehorende kansen, en tellen het geheel op. Het resultaat van een dergelijke berekening wordt ook wel de *verwachtingswaarde* genoemd. De verwachtingswaarde is dus de gemiddelde uitkomst die we zouden vinden na een groot aantal metingen.

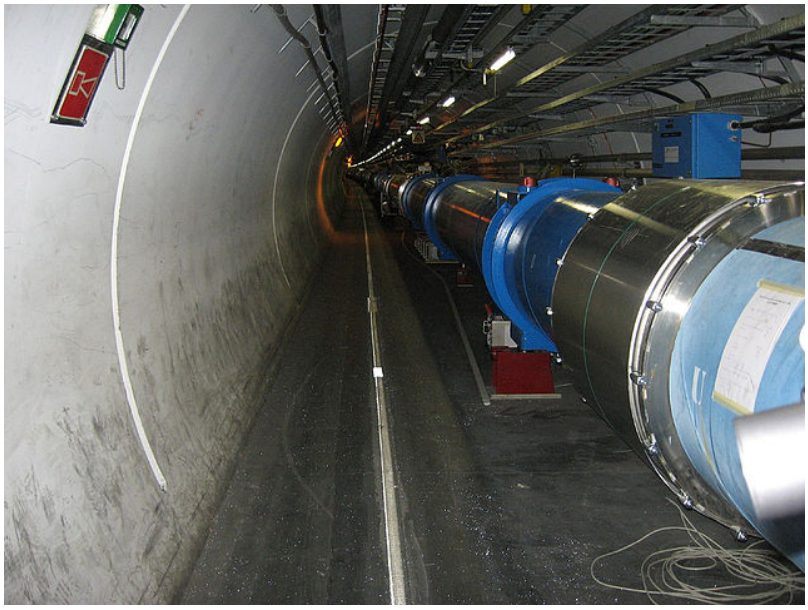
Afbeelding 3. Dobbelstenen.Om de verwachtingswaarde van een worp met een dobbelsteen op de lange termijn uit te rekenen, hoeven we niet met enorme getallen te rekenen. Het is voldoende om de zes verschillende uitkomsten te vermenigvuldigen met de kansen op die uitkomsten, en de resultaten op te tellen. Foto: Wikipedia-gebruiker Diacritica.

In veel natuurkundige processen is het kennen van de verwachtingswaarde van een groot aantal metingen meer dan voldoende. Neem bijvoorbeeld weer het voorbeeld van de afkoelende kop koffie. We hoeven niet van elk molecuul in de koffie te meten welke snelheid en welke energie het heeft. Zodra we de verwachtingswaarde van deze grootheden weten, kennen we de gemiddelde energie per molecuul, en dat is voldoende om de temperatuur van de koffie te berekenen.

Voor veel quantummechanische processen geldt hetzelfde. Neem het verval van een bepaalde radioactieve stof. Het verval van de individuele atomen is, zoals we in het artikel over tunnelen hebben gezien, een quantummechanisch proces. Voor een individueel atoom kunnen we niet zeggen of het over een seconde zal vervallen, of over een minuut, of over tien minuten. We kunnen alleen zeggen wat de kansen op die gebeurtenissen zijn. In tegenstelling tot in de klassieke natuurkunde gaat het hier om een fundamenteel kansproces: ook als we de *exacte toestand* van het atoom zouden kennen, zou het nog altijd niet mogelijk zijn om te bepalen wanneer het vervalt.

Dat neemt niet weg dat we voor een groot aantal van dergelijke atomen prima kunnen uitrekenen wat er zal gebeuren. Als de kans dat een enkel atoom binnen een minuut vervalt 10% is, weten we bij een groot aantal atomen met aan zekerheid grenzende waarschijnlijkheid dat na een minuut vrijwel precies 10% van de atomen vervallen zal zijn. Dergelijke berekeningen liggen aan de basis van hoe bijvoorbeeld een kernreactor of een medische tracer werken.

Ook de recente ontdekking van het Higgsboson op het CERN in Genève is een voorbeeld van hoe natuurkundigen met de quantummechanische kansen omgaan. Op het CERN worden in een 27 kilometer lange ondergrondse ring, de Large Hadron Collider (LHC), protonen versneld tot ze enorme energieën hebben. Deze hoog-energetische protonen worden vervolgens met soortgelijke deeltjes die in de tegengestelde richting bewegen in botsing gebracht, waarbij allerlei nieuwe deeltjes ontstaan. De theorie voorspelt dat daarbij heel af en toe een Higgsdeeltje zou moeten ontstaan. Het Higgsdeeltje zelf waarnemen is echter onbegonnen werk, aangezien het maar een minieme fractie van een seconde blijft bestaan. Wat wel waargenomen kan worden, zijn de vervalproducten – allerlei andere soorten deeltjes die bij dit Higgsverval ontstaan.



Afbeelding 4. De Large Hadron Collider.Een klein stukje van de 27 kilometer lange ring in Genève waarmee het Higgsboson ontdekt is. Foto: CERN.

Op die manier kan dus een duidelijke signatuur van het Higgsdeeltje gemeten worden. Het probleem daarbij is echter dat *dezelfde* vervalproducten ook op allerlei andere manieren kunnen ontstaan. Wat theoretisch fysici daarom moeten doen, is met behulp van de quantummechanica precies de kansen uitrekenen dat bepaalde vervalproducten ontstaan als het Higgsdeeltje wél zou bestaan, en precies de kansen uitrekenen dat diezelfde vervalproducten ontstaan als het Higgsdeeltje níet zou bestaan. Die kansen verschillen maar een minieme fractie, maar na lang genoeg meten kan vervolgens bepaald worden welke van de twee kansen overeenkomt met de werkelijkheid. Pas toen de experimentatoren er volledig van overtuigd waren dat dat de kans mét Higgsdeeltje was – iets dat pas na zo'n twee jaar meten het geval was – kon in 2013 de aankondiging worden gedaan dat het Higgsdeeltje daadwerkelijk gevonden was.

Het rekenen met kansen is niet altijd eenvoudig. In het geval van de dobbelsteen hoefden we maar zes mogelijke uitkomsten te beschouwen en die zes uitkomsten met kun kansen te vermenigvuldigen om een verwachtingswaarde uit te rekenen. Maar hoe zit het als we het hebben over de positie van een deeltje, dat zich op oneindig veel verschillende plaatsen kan bevinden? En hoe doen we de berekening als we het bijvoorbeeld hebben over het elektromagnetisch veld, dat op elk van oneindig veel plaatsen in de ruimte, oneindig veel verschillende waarden kan aannemen? Het moge duidelijk zijn dat in zulke geval de wiskunde

flink veel gecompliceerder wordt. Toch is het voor theoretisch fysici van groot belang om die wiskundige berekeningen te kunnen uitvoeren en zo voorspellingen te doen over wat er in experimenten zal worden waargenomen.

In het volgende artikel zullen we zien hoe Richard Feynman ontdekte dat dergelijke berekeningen toch relatief eenvoudig uitgevoerd kunnen worden, en hoe dat uiteindelijk leidde tot het belangrijke raamwerk in de huidige quantumfysica dat *quantumveldentheorie* genoemd wordt.

Dit is het tiende artikel uit het dossier Quantumfysica. In het elfde artikel bespreken we de quantumveldentheorie.