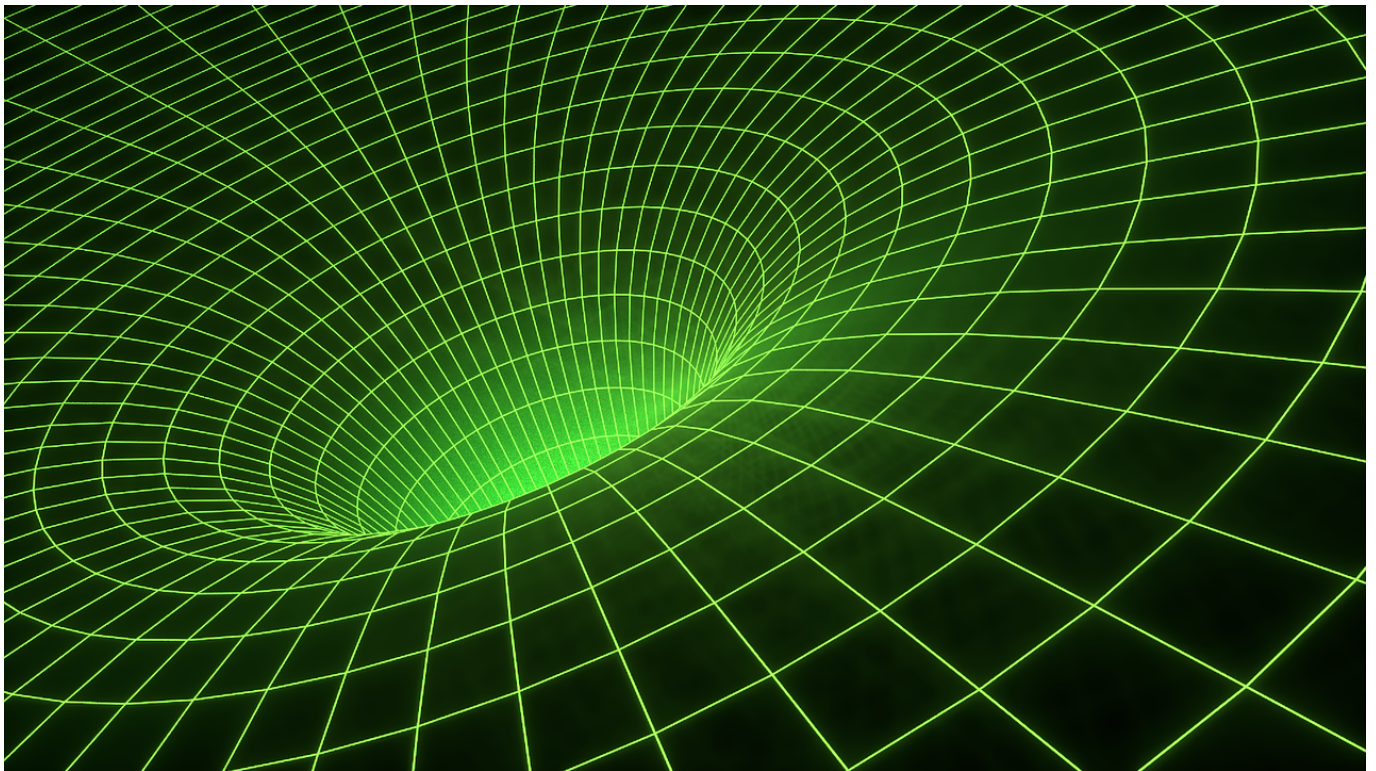


Ruimtetijd uit informatie

Een van de grote vragen binnen de hedendaagse natuurkunde gaat over de oorsprong van ruimte en tijd. Het begrip *informatie* blijkt van essentieel belang om die oorsprong te begrijpen. Maar om wat voor informatie gaat het hier? En hoe bouw je ruimtetijd op uit deze grootheid? In dit artikel zullen we zien dat we de informatie uit quantumverstrengeling kunnen gebruiken en leg ik uit hoe je bepaalde eigenschappen van de ruimtetijd, in dit geval de formule voor de omtrek van een cirkel, kunt afleiden uit deze verstrengeling.



Afbeelding 1. Ruimtetijd uit informatie. Wat is de fundamentele bouwsteen van ruimtetijd? Afbeelding: [Needpix](#).

Met de ontdekking van de algemene relativiteitstheorie door Albert Einstein in 1915 werd het begrip *ruimtetijd* geïntroduceerd. Tot dan toe werden ruimte – de drie richtingen waarin we ons kunnen bewegen – en tijd als statische begrippen gezien: als een onveranderlijk toneel

waarop alle natuurkundige processen plaatsvinden. Wat Einstein liet zien was dat ruimte en tijd, samen ruimtetijd genoemd, niet statisch zijn, maar worden beïnvloed door de dingen die erin zitten. Zo kan de ruimtetijd [gekromd zijn](#) en door bepaalde processen van vorm veranderen. Op dezelfde manier als we weten dat gewone materie, zoals een ster of een boterham, is opgebouwd uit elektronen, quarks en hele collectie aan andere elementaire deeltjes, zouden we graag willen weten of de ruimtetijd ook ergens uit is opgebouwd, en zo ja, waaruit. Gedurende het laatste decennium heeft het idee voet aan de grond gekregen dat deze fundamentele bouwsteen 'informatie' is.

Verstrengelde qubits

Wat bedoelen we hier precies met informatie? In het dagelijks leven denken we over informatie na in termen van bijvoorbeeld een stukje tekst of een afbeelding in een nieuwsbericht. Op een meer fundamenteel niveau kan deze informatie worden beschreven in termen van bits. Een *bit* is simpelweg een 0 of een 1. Een reeks van zulke bits, bijvoorbeeld 00111010001, stelt nu een stukje informatie voor. Je kunt hierbij denken aan het binaire getallensysteem, waarin een bepaald getal kan worden voorgesteld door zo'n bitreeks. Meer ingewikkelde hoeveelheden van informatie, zoals een foto, kunnen op dezelfde manier, maar met een veel langere reeks van bits, in termen van nullen of enen worden beschreven. Dit is precies hoe onze hedendaagse computers omgaan met informatie.

Het idee dat ruimtetijd kan worden opgebouwd uit informatie kan dus iets preciezer worden gemaakt door de computertaal van bits te gebruiken. Natuurkundigen verwachten echter dat de natuur op het meest fundamentele niveau niet gebruik maakt van bits, maar van zogenaamde *qubits*. Waar een bit alleen 0 óf 1 kan zijn, kan een qubit een beetje 0 en een beetje 1 zijn! Dit klinkt waarschijnlijk heel gek – en dat is het tot op zekere hoogte ook – maar het blijkt dat de natuur op het kleinste niveau zo te werk gaat. Een van de belangrijkste ideeën in de [quantummechanica](#), dit is de theorie die de natuur op het kleinste niveau beschrijft, is het begrip *superpositie*. Naast 0 of 1 kan een qubit ook iedere superpositie van 0 of 1 zijn, dus een beetje van het één en een beetje van het ander. Wiskundig kan een qubit daarom worden voorgesteld als

$$| \psi \rangle = \alpha | 0 \rangle + \beta | 1 \rangle$$

Grofweg, geven de coëfficiënten¹ α en β aan hoeveel procent de qubit een 0 is en hoeveel procent een 1 is. Stel dat ik nu een aantal van deze qubits bij elkaar zet, wat is dan de informatie die ik hiermee kan opslaan? Het blijkt dat de vreemde eigenschappen van qubits ons in staat stellen om er meer informatie mee op te slaan dan met 'klassieke' bits. Zo kan het voorkomen dat twee qubits met elkaar [verstrengeld](#) raken: de 'kansen' op 0 en 1 voor de twee qubits zijn dan niet onafhankelijk maar aan elkaar gekoppeld. Deze *quantumverstrengeling* kan vervolgens gebruikt worden om extra informatie op te slaan – een gegeven dat ook een rol blijkt te spelen als we het over zwarte gaten hebben, zoals [Watse Sybesma vorige week beschreef](#). De quantuminformatie in zo'n paar verstrengelde qubits kan worden uitgedrukt in een grootheid, de *verstrengelingsentropie*. Hoe dit precies werkt wordt [hier](#) uitgelegd, maar voor nu volstaat het om over deze entropie na te denken als een getal dat de quantuminformatie in een paar qubits meet.

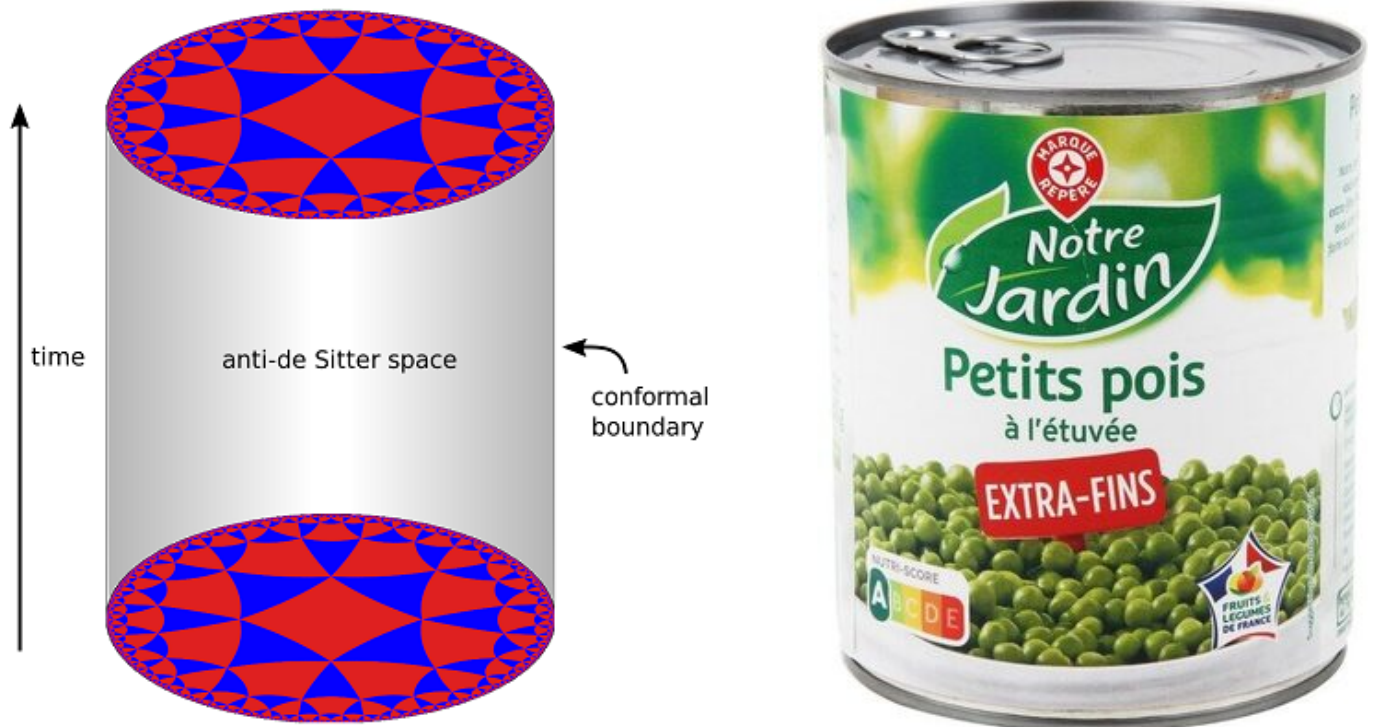
Wat theoretische natuurkundigen op dit moment proberen te doen, is uitleggen hoe begrippen als ruimte en tijd ontstaan uit de gecompliceerde verstrengeling tussen een heleboel qubits. De taal van de quantummechanica geeft ons nu de mogelijkheid om preciezere vragen te stellen over dit idee. Waar bevinden zich de qubits – en de daarmee samenhangende informatie? En op welke manier kan je eigenschappen van de ruimtetijd, bijvoorbeeld de kromming, afleiden uit de samenstelling van deze qubits?

Het universum als een hologram

De bovenstaande ideeën klinken misschien vergezocht, maar verrassend genoeg hebben we sinds de jaren 90 een theoretisch model waarin ze heel precies kunnen worden bestudeerd. Dat model is helaas niet een model van ons eigen universum, maar van een fictief heelal dat iets andere eigenschappen heeft dan het onze. Dit alternatieve universum, ook wel Anti-de Sitterruimte (AdS) genoemd, is [negatief gekromd](#) en heeft een rand. Ons eigen universum is juist positief gekromd en zonder rand. Toch is het enorm interessant om te zien hoe het ontstaan van ruimtetijd kan worden uitgewerkt in dit Anti-de Sitteruniversum.

Je kunt je Anti-de Sitterruimte het beste voorstellen als een gevulde cylinder – zie hiervoor afbeelding 2. De rand van dit universum komt nu overeen met de buitenkant van de cylinder en de hoogte van de cylinder stelt de tijd voor. Op een vast tijdstip heeft het AdS-universum dus de vorm van een schijfje. Binnenin de cylinder in afbeelding 2 kun je nu gewone materie

plaatsen, zoals een ster, een planeet of een zwart gat, om het geheel iets te realistischer te maken. Je kunt vervolgens dezelfde vraag stellen als hierboven: is er een manier om in dit model de oorsprong van ruimtetijs te verklaren?



Afbeelding 2. Anti-de Sitterruimte. Links: de Anti-de Sitterruimte. We geven hier één tijddimensie en twee ruimtelijke dimensies weer. De hoogte stelt de tijd voor, dus op ieder tijdstip ziet de toestand van universum eruit als een schijfje, hier met blauw en rood ingekleurd. Rechts: een blik erwten als een analogie voor de AdS/CFT-correspondentie. Aan de buitenkant zie je direct wat er zich binnenin bevindt. Afbeelding links: [Alex Dunkel/Polytope24](#). Afbeelding rechts: [scamark/Open Food Facts](#).

In 1997 heeft de snaartheoreticus Juan Maldacena een van de belangrijkste ideeën van de hedendaagse theoretische natuurkunde uitgewerkt: de zogenaamde [AdS/CFT](#) correspondentie. Deze correspondentie geeft, in moderne termen geformuleerd, een verband tussen de ruimtetijs van AdS en een bepaalde theorie van qubits. Een technisch detail is dat de quantumtheorie die de qubits beschrijft een conforme veldentheorie (CFT) is, vandaar de naam 'AdS/CFT'. Een van de interessante eigenschappen van de correspondentie is dat we precies weten waar de qubits zich bevinden: de quantumtheorie kun je namelijk zien als een theorie die de rand beschrijft. We kunnen dit heelal dus zien als een soort [hologram](#), waarvan alle informatie volledig op de rand kan worden opgeslagen. Dit kan schematisch worden weergegeven met het bovenstaande plaatje. De AdS/CFT correspondentie werkt heel grof

gezegd als een conservenblik: door op de buitenkant van het blik te kijken, weet je direct hoe het er van binnen uitziet. De verschillende etiketten die je op de rand kunt plakken – dit komt overeen met manier waarop de qubits met elkaar verstrengeld zijn – bepalen de inhoud van het blik – de inhoud van de ruimtetijd.

Wat natuurkundigen sindsdien hebben geprobeerd is om deze correspondentie verder uit te werken en een soort ‘AdS/CFT-woordenboek’ op te stellen, waarin staat hoe je bepaalde eigenschappen van de ruimtetijd (AdS) kunt vertalen naar de quantumtheorie (CFT) en vice versa. Een van deze dingen die we bijvoorbeeld graag zouden willen weten is hoe je het afstandsbebegrip in de ruimtetijd kan afleiden vanuit deze theorie op de rand.

Hoe bereken je de omtrek van een cirkel?

Een belangrijke eigenschap van de ruimte is de meetkunde, dat wil zeggen de manier waarop je afstanden meet tussen bepaalde dingen. Laten we kijken naar een eenvoudig voorbeeld, namelijk de omtrek van een cirkel. Als ik de straal r van de cirkel weet, kan ik met de onderstaande formule de omtrek uitrekenen:

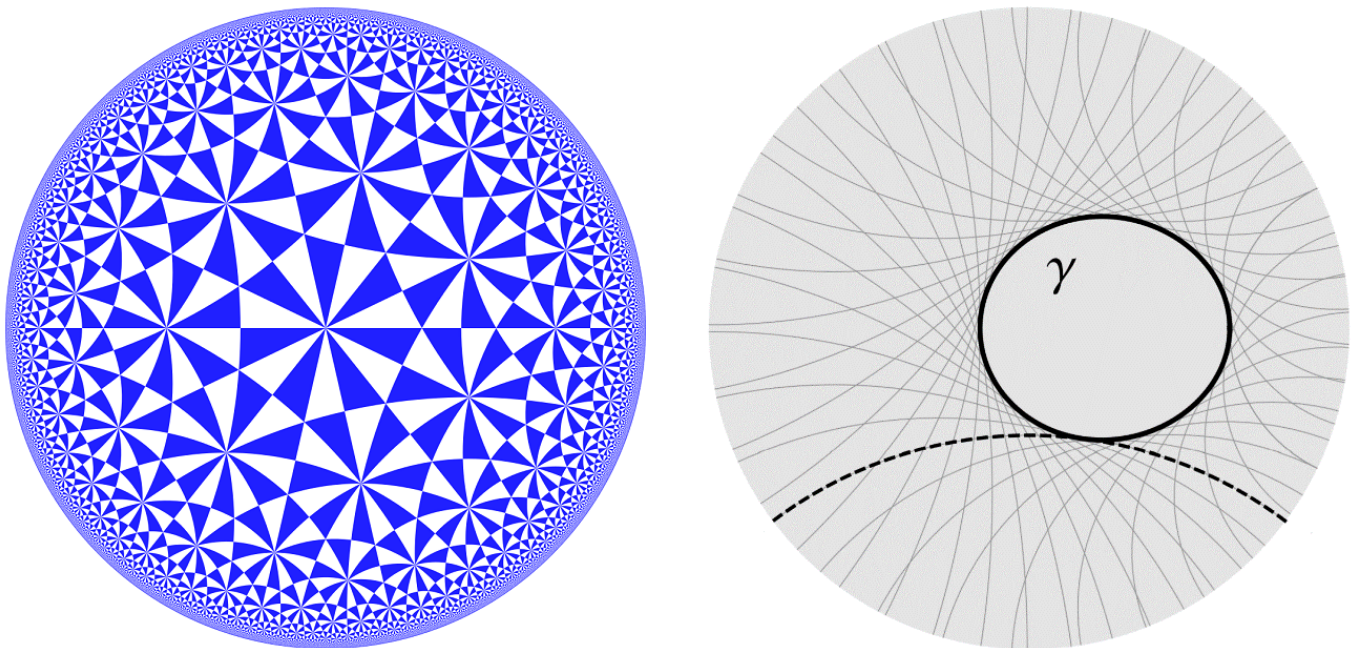
$$\text{omtrek} = 2 \pi r$$

Dit verband tussen de omtrek en de straal wordt vaak als regel gepresenteerd. Daarom komt het voor veel mensen als een grote verrassing dat deze formule niet altijd waar is! De formule voor de omtrek van een cirkel hangt namelijk sterk af van de ruimtetijd waarin de cirkel zich bevindt. De formule hierboven geldt voor cirkels in een platte ruimte, dus zonder kromming. Als je een cirkel daarentegen in Anti-de Sitter ruimte tekent moet je een andere formule gebruiken om de omtrek te berekenen, namelijk

$$\text{omtrek} = 2 \pi \sinh(r)$$

De precieze betekenis van het symbool *sinh* is hier niet erg belangrijk², waar het om gaat is dat beide formules er anders uit zien. De reden voor deze ongebruikelijke vorm ligt in de kromming van de ruimtetijd. Zoals al eerder besproken ziet het Anti-de Sitter universum er op ieder tijdstip uit als een schijfje, maar de manier waarop we afstanden meten op dit schijfje is door de kromming heel anders dan je misschien gewend bent. Escher heeft deze meetkunde in een aantal van zijn tekeningen prachtig afgebeeld – in afbeelding 3 is zo’n

Escher-achtige tekening weergeven. Dit is hoe ons fictieve universum eruitziet, en de bijbehorende meetkunde is erg vreemd: de driehoeken in dit plaatje zijn namelijk allemaal even groot wanneer ze worden gemeten met de AdS-meetlat! Dat de driehoeken verschillende groottes lijken te hebben in het plaatje komt door de manier van afbeelden: het heelal is hier als het ware platgeslagen. Zodra je de straal van een cirkel in de AdS-ruimte iets groter maakt, stijgt de omtrek daarom veel sneller dan in de vlakke ruimte. Vandaar dat beide formules er anders uit zien.



Afbeelding 3. Een cirkel in AdS. Links: Een Escher-achtige tekening die de meetkunde van het Anti-de Sitterheelal voorstelt. Rechts: een cirkel in het schijfje waarvan we lengte proberen te berekenen. De stippellijn is een voorbeeld van een verstrengelingsoppervlak dat aan de cirkel raakt. Afbeelding links: [Parcly Taxel](#). Afbeelding rechts: [Czech/Lamprou/McCandlish/Sully](#) (bewerkt).

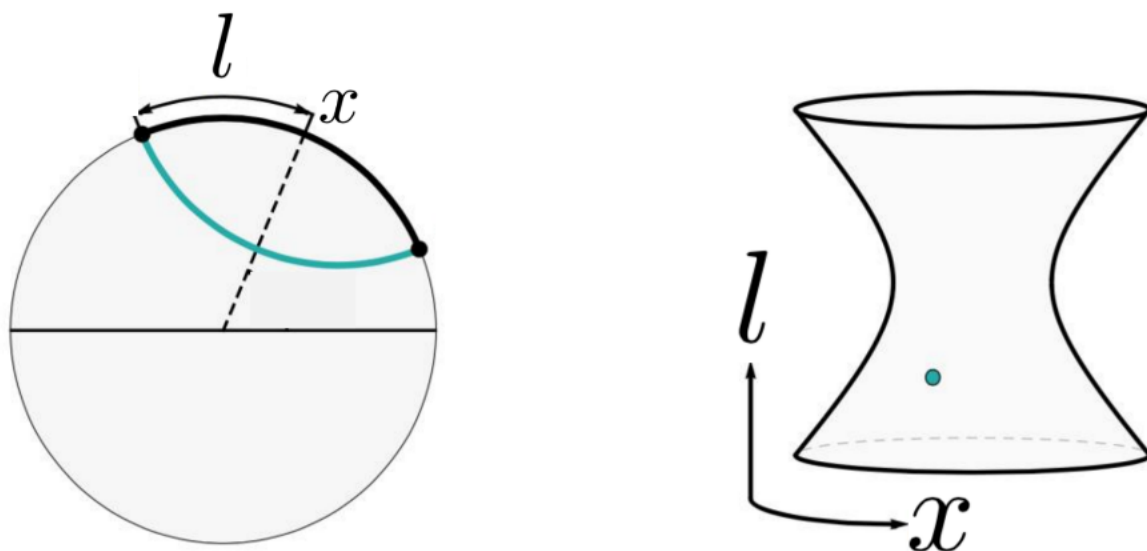
Met de behulp van de AdS/CFT-correspondentie zouden we graag willen begrijpen hoe we deze eigenschap van de ruimtetijd, namelijk dat je omtrek van een cirkel met de tweede formule moet berekenen, kunnen opbouwen uit de informatie op de rand. Met andere woorden: hoe moet je de collectie van qubits op de rand van het universum met elkaar verstrengelen zodat de bovenstaande formule eruit komt?

Kinematische ruimte

Het cruciale concept dat we hierbij nodig hebben is *kinematische ruimte*. Je kunt over deze

‘ruimte’ nadenken als een onderdeel van het woordenboek dat dingen in het inwendige vertaalt naar dingen op de rand.

Hoe leiden we de formule voor de lengte van een cirkel af door alleen informatie op de rand te bekijken? De truc is om niet te kijken naar de hele rand, maar naar stukjes ervan. Zo’n stukje van de rand bevat een deel van de qubits, en daarmee een deel van de informatie over het inwendige. De vraag is dan welk deel van de ruimtetijd overeenkomt met dit precieze stukje informatie op de rand. Het antwoord blijkt een gebied te zijn dat wordt afgebakend door een kromme lijn (en in een dimensie meer een oppervlak) die we het *verstrengelingsoppervlak* noemen. In afbeelding 4 is zo’n verstrengelingsoppervlak met blauwgroen weergegeven. De kromme lijn eindigt in twee punten die ook de eindpunten van een randgebiedje zijn, de dikgedrukte cirkelboog. Wat natuurkundigen de ‘kinematische ruimte’ noemen, is nu de collectie van alle mogelijke randgebiedjes, wat weer overeenkomt met alle mogelijke verstrengelingsoppervlakken binnenin de ruimte. Een *punt* in de kinematische ruimte komt dus overeen met een bepaald *verstrengelingsoppervlak* dat zich in de ruimtetijd bevindt.

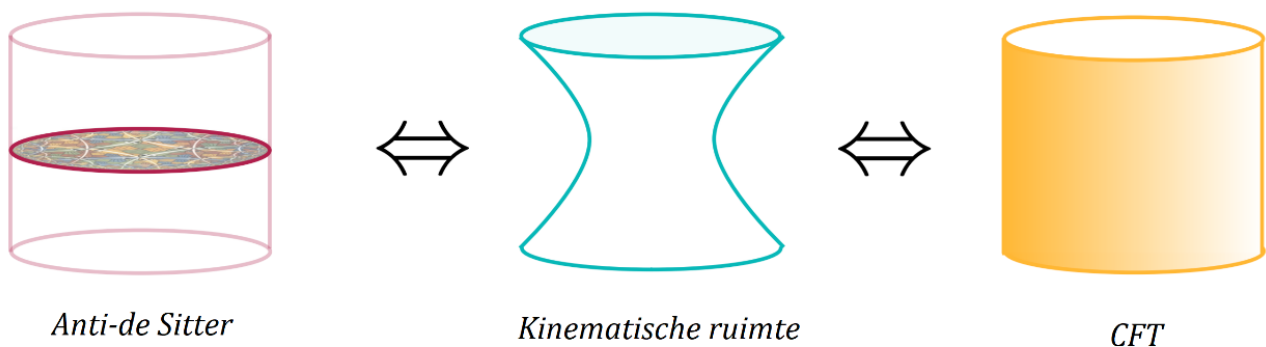


Afbeelding 4. Kinematische ruimte. Een punt in kinematische ruimte (rechts weergegeven met blauwgroen) komt overeen met een verstrengelingsoppervlak in de schijf (links weergegeven met blauwgroen). Afbeelding: [Czech/Lamprou/McCandlish/Sully](#) (bewerkt).

Terug naar onze oorspronkelijke vraag. Welke randgebiedjes – oftewel: welk deel van de kinematische ruimte – hebben we nodig om de lengte van een cirkel te berekenen? Recent

heeft een aantal theoretische natuurkundigen een antwoord op deze vraag gevonden: dit zijn precies de randgebiedjes waarvan de verstrengelingsoppervlakken de cirkel *raken*. Een aantal van deze verstrengelingsoppervlakken is als dunne grijze lijnen weergegeven in afbeelding 3 (rechts). Het mooie is nu: door de verstrengelingsentropie van alle qubits in deze gebiedjes op te tellen[3] krijg je precies de formule voor de omtrek van de cirkel.

Dit wonderlijke resultaat geeft een heel precieze belichaming van het idee dat de meetkunde van de ruimtetijd uit informatie ontstaat. Het blijkt mogelijk te zijn om dit resultaat uit te breiden naar meer algemene krommen in het AdS schijfje. Het woordenboek tussen de AdS-ruimtetijd en de qubits in de CFT is schematisch weergegeven in afbeelding 5.



Afbeelding 5. Het AdS/CFT-woordenboek. Schematische weergave van de rol van kinematische ruimte in deze correspondentie. Afbeelding: [Czech/Lamprou/McCandlish/Sully](#) (bewerkt).

Samenvattend: in dit artikel hebben we gezien hoe bepaalde eigenschappen van de ruimtetijd kunnen worden afgeleid uit informatie, maar dan wel in een fictief Anti-de Sitteruniversum. Het gaat hier om informatie die voortkomt uit de verstrengeling van qubits, die zich op de rand van het universum bevinden. Een van de eigenschappen die op deze manier kan worden afgeleid is de formule voor de lengte van een cirkel, en de daarmee samenhangende kromming van de ruimtetijd. De vertaalslag wordt gemaakt met behulp van kinematische ruimte.

Het verband tussen de meetkunde in de Anti-de Sitterruimte en de qubits op de rand geeft een prachtig voorbeeld van de rol die informatie kan spelen in het ontstaan van de meetkunde en ruimtetijd. Natuurlijk is er nog veel werk te verzetten: het ‘woordenboek’ gaat over veel meer dan cirkels alleen, en groeit nog elke dag. Bovendien heeft de Anti-de

Sitterruimte niet de meetkunde van ons eigen heelal, en moeten we dus nog flink aan de slag om iets soortgelijks af te leiden voor ons eigen universum. Het zal dus nog wel even duren voor we echt álles van de hoed – en de rand – weten.

[1] Om precies te zijn gaat het hier om een complexe lineaire combinatie, dus de coëfficiënten kunnen zelfs complexe getallen zijn. Het 'percentage 0' is vervolgens het (absolute) kwadraat van α , en het 'percentage 1' het (absolute) kwadraat van β .

[2] Met Sinh bedoelen we de sinus hyperbolicus, een variatie op de meer gebruikelijke sinusfunctie.

[3] Omdat we hier te maken hebben met een oneindige verzameling van krommen die aan de cirkel raakt, moet je eigenlijk een integraal uitvoeren over de verstrengelingsdichtheid.