

Toestanden tellen

De Quantum Universe-website heeft een nieuwe layout! We trappen op de nieuwe website af met een artikel over een populair onderwerp: het tellen van de toestanden van zwarte gaten. De vraag naar hoe je dat doet is niet nieuw: al in 1996 werden de eerste doorbraken bereikt, maar in de afgelopen twee jaar is er op dit terrein interessante verdere vooruitgang geboekt.



Afbeelding 1. Een zwart gat. Een oude openstaande vraag over zwarte gaten is: op hoeveel manieren kun je ze opbouwen? Afbeelding: NASA / JPL-Caltech.

Welkom op de nieuwe site!

Als hoofdredacteur van The Quantum Universe valt mij de eer te beurt om als eerste een artikel op de nieuwe site te schrijven. Welkom allemaal! Zoals de regelmatige bezoekers van deze site ongetwijfeld hebben gezien, heeft The Quantum Universe een nieuwe look. En niet alleen de uitstraling is veranderd; ook achter de schermen is het nodige aangepast. Zo is onze zoekfunctie sterk verbeterd, vind je in de bovenbalk een link naar een overzicht van alle

verschillende series (vroeger: ‘dossiers’), en ben ik nu in staat om

$$\int_A^B f\left(\sum_{n=1}^{17} y^n\right) dy$$

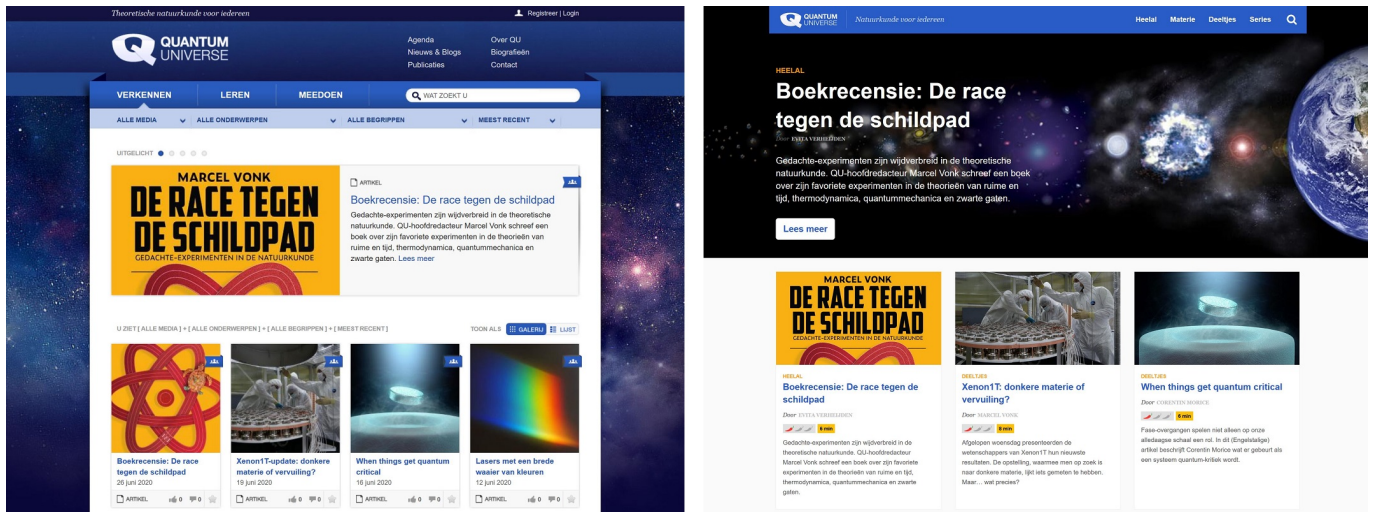
te typen zonder daarvoor eerst een plaatje van een formule uit een ander programma in te voeren.

Op de voorpagina geven we van de artikelen de leestijd aan – een heel grove schatting, maar toch prettig om te weten – en zijn de niveaus van de artikelen gelabeld met 1, 2 of 3 pepertjes. Ook die schaal is natuurlijk wat willekeurig: grofweg krijgt een artikel een tweede pepertje als het gebruik maakt van formules (de bovenstaande telt niet mee!) of bepaalde achtergrondkennis uit eerdere artikelen. Een derde pepertje komt erbij als allebei het geval is, of als een artikel om andere redenen flink de diepte in gaat.

Het oude forum, dat weinig gebruikt werd, is van de site verdwenen. Iedereen is natuurlijk nog wel altijd van harte welkom om op de artikelen te reageren en vragen te stellen, bijvoorbeeld op [Facebook](#) of [Twitter](#), of via een [e-mail](#).

De mooie nieuwe site, ontworpen door [Keen Design](#), is gebouwd door Roeland Lundahl van [Imachine](#). Roeland, bedankt voor het harde werk in de afgelopen periode! Natuurlijk wil ik ook onze onvermoeibare [redactie](#) bedanken, die de oude én de nieuwe website van week tot week vult.

Wat op de nieuwe site níét verandert, is dat we tweemaal per week, op dinsdag en vrijdag, een artikel over natuurkunde plaatsen. Daar gaat het bij The Quantum Universe om: interessante wetenschap met jullie delen, liefst op een manier die nét iets dieper op de inhoud ingaat dan het gemiddelde populairwetenschappelijke medium. Genoeg inleidende woorden, dus: over naar de natuurkunde!



Afbeelding 2. Oud en nieuw. Links de oude layout van onze site, rechts de nieuwe.

Een onverwacht telefoontje

Twee weken geleden werd ik gebeld door George van Hal van de Volkskrant. George wilde een artikel schrijven over zwarte gaten, en vroeg of ik daarvoor mijn reactie wilde geven op een onlangs verschenen publicatie van twee Italiaanse onderzoekers, Francesco Benini en Paolo Milan. Dat deed ik graag, maar ik was wel wat verbaasd: het resultaat waar George over belde was weliswaar interessant en leuk om te beschrijven, maar nu ook weer niet zó nieuw. In vak-kringen was het al zo'n anderhalf jaar bekend. Het mysterie was snel opgelost: het artikel waarover George belde was inderdaad in december 2018 al op de preprintserver arXiv.org verschenen, maar pas nu, anderhalf jaar later, ook door vakgenoten gereviewd en in een wetenschappelijk tijdschrift geplaatst. Dat zo iets lang duurt is niet ongebruikelijk, en dat de betreffende universiteit heeft gewacht met het rondsturen van een persbericht tot na de peer-review is dat ook niet – het is zelfs zeer lovenswaardig. Vandaar dus dat George, voor mijn gevoel ruim zeventien maanden na dato, bij me aanklopte.

Het resultaat van de Italianen was in de tussentijd nog niet veel in de populairwetenschappelijke literatuur besproken, en zeker de moeite waard, dus ik verleende graag mijn medewerking. Uiteindelijk leidde dat tot [dit leuke artikel in de Volkskrant](#). George had welgeteld 550 woorden de ruimte voor zijn stuk (ter vergelijking: ook dit artikel is nu zo'n 550 woorden bezig) maar slaagde er wonderwel in om in die beperkte hoeveelheid woorden een goed beeld van het onderzoek te geven. Natuurlijk moest hij ook allerlei details uit ons telefoongesprek van ruim een kwartier achterwege laten. Ook in die details schuilt de nodige interessante natuurkunde, dus hierbij als toegift mijn eigen beschrijving van de resultaten

van Benini en Milan – en, zoals we zullen zien, van de nodige anderen. De vraag die hun bezighield: op hoeveel manieren kun je een zwart gat opbouwen?



Afbeelding 3. Zwarte gaten in de krant. Het artikel dat George van Hal op 8 juni voor de Volkskrant schreef.

Entropie van zwarte gaten

In 2015 schreef ik voor deze website een [serie artikelen over zwarte gaten](#). (Een serie waaruit vervolgens weer een [populairwetenschappelijk boek](#) voortkwam.) Twee vragen stonden in die serie centraal. Ten eerste: wat gebeurt er met de informatie die in een zwart gat valt? En ten tweede: in hoeveel verschillende toestanden kan een zwart gat zich bevinden? Dat die twee vragen cruciaal zijn voor het beter begrijpen van zwarte gaten, weten we sinds het werk van Stephen Hawking, Jacob Bekenstein en anderen uit de jaren 70.

Zwarte gaten zijn de sterkste bronnen van zwaartekracht in het heelal: ineengestorte sterren of kernen van sterrenstelsels die zó zwaar en compact zijn dat ontsnappen eraan letterlijk onmogelijk is. Zelfs licht, dat de allerhoogst haalbare snelheid in het heelal heeft, komt niet meer bij zulke zwarte gaten vandaan. Die eigenschap van zwarte gaten volgt uit Einsteins algemene relativiteitstheorie, maar wat Stephen Hawking met behulp van de nodige

wiskunde in de jaren 70 liet zien, was dat het plaatje van zwarte gaten nog veel interessanter wordt als je ook de quantummechanica in het verhaal betreft. Dan blijkt dat je weliswaar niet aan een zwart gat kunt ontsnappen, maar dat een zwart gat wel heel langzaam energie uitstraalt in de vorm van allerlei deeltjes, en daardoor tóch langzaam lichter wordt. Heel snel gaat dat proces niet – voor een zwart gat zo zwaar als onze zon duurt het vele, vele malen langer dan de huidige leeftijd van het heelal voordat het op die manier helemaal ‘verdamp’t zal zijn. Maar toch, het gebeurt, en dat feit stelde natuurkundigen voor allerlei raadsels.

Het eerste raadsel betrof zoals gezegd de *informatie* die in een zwart gat valt. Die informatie kan allerlei vormen hebben: elke eigenschap van elk deeltje dat in een zwart gat valt is een heel klein beetje informatie. De vraag is: kun je die informatie ook weer aflezen aan de straling die út het zwarte gat komt? Kun je achterhalen waaruit het zwarte gat is gevormd? Het antwoord dat uit Hawkings oorspronkelijke berekeningen kwam was ‘nee’: informatie die je in een zwart gat gooit gaat voorgoed verloren. Dat antwoord was echter vreemd, want noch de quantummechanica, nog de relativiteitstheorie kent natuurwetten waarin zulk informatieverlies voorkomt. In theorie kunnen we uit een eindtoestand van een experiment altijd achterhalen wat de begintoestand was. Behalve dus bij zwarte gaten...

Het oplossen van deze ‘informatieparadox’ is iets waar natuurkundigen vandaag de dag nog steeds mee bezig zijn. In de zoektocht naar het antwoord speelt ook de tweede vraag die ik hierboven noemde een belangrijke rol: in hoeveel verschillende toestanden kan een zwart gat zich bevinden? Aangezien een zwart gat straling uitzendt is het een *thermodynamisch* systeem: er komt letterlijk warmte van een zwart gat af. Uit de thermodynamica weten we dat de temperatuur van een systeem dat warmte afgeeft sterk verbonden is met een andere eigenschap: de [entropie](#) van het systeem. En die entropie is nu precies waar we het hier over hebben: het aantal manieren waarop je een zwart gat kunt ‘opbouwen’. Vergelijk het met een bak warm water: als je alle grootschalige eigenschappen van die bak kent – hoeveel water erin zit, van welke temperatuur, onder welke druk, enzovoort – weet je nog niet precies waar elk afzonderlijk watermolecuul zich bevindt. De moleculen in het water kunnen op heel veel verschillende plekken zijn, en heel veel verschillende snelheden hebben, en toch samen een bak water vormen die er op grote schaal exact op een voorgeschreven manier uitziet. Dat aantal ‘toestanden waarin de bak water kan zijn’ noemen we de entropie van het systeem. Ook een zwart gat zou zo’n entropie moeten hebben – dat volgt uit het feit dat het warmte uitstraalt – maar kun je ook op microscopische schaal begrijpen op hoeveel manieren een

zwart gat dan opgebouwd kan worden?

Die vraag is van groot belang, want als je erin zou slagen een zwart gat inderdaad zo op de allerkleinste schaal te beschrijven, zou je bijna automatisch dus ook de quantumeigenschappen van een zwart gat begrijpen. Bovendien: als je weet in hoeveel toestanden een zwart gat kan verkeren, weet je ook iets over de hoeveelheid informatie die het kan bevatten, en leer je dus meer over dat andere grote mysterie. Maar ja, hoe tel je de toestanden van een zwart gat? Van buitenaf gezien lijkt een zwart gat nauwelijks eigenschappen te hebben: je kunt zijn massa meten, en zijn grootte, en eventueel een elektrische of magnetische lading of een draaiing, maar daarmee heb je het wel zo'n beetje gehad. Hoe kun je dan ooit tellen in hoeveel verschillende toestanden zo'n zwart gat kan zijn? Al sinds de jaren 70 willen natuurkundigen het antwoord op die vraag heel graag weten, om de mysterieuze zwarte gaten zo beter te gaan begrijpen.



Afbeelding 4. Cumrun Vafa en Andrew Strominger. Strominger (rechts) en Vafa (links) telden als eersten het aantal toestanden van een zwart gat. Foto links: Stephanie Mitchell, Harvard University News Office. Foto rechts: Harvard University.

Strominger-Vafa

De eersten die er daadwerkelijk in slaagden het aantal toestanden van een zwart gat te

tellen, waren de Amerikaanse fysici [Andrew Strominger en Cumrun Vafa](#). Deze twee natuurkundigen publiceerden in 1996 een artikel waarin ze dat in een theoretische berekening voor elkaar kregen, en op het juiste antwoord uitkwamen – een antwoord dat klopte met de bekende thermodynamische eigenschappen van zwarte gaten.

Een prachtige prestatie, en een grote doorbraak in het onderzoeksgebied, maar ook met de berekening van Strominger en Vafa was het raadsel van de toestanden van zwarte gaten nog lang niet definitief opgelost. Hun artikel beschreef een heel speciale klasse van zwarte gaten, die niet in ons eigen heelal voorkomen: zwarte gaten die zoals we dat noemen *supersymmetrisch* zijn (wat wil zeggen dat ze niet van eigenschappen veranderen als je de deeltjes waaruit ze bestaan vervangt door bepaalde andere deeltjes) en die bovendien gevormd zijn uit kleine trillende snaartjes en hogerdimensionale ‘membranen’ in een vijf- of hogerdimensionaal heelal – niet uit puntvormige deeltjes, en niet in ons eigen heelal met drie ruimtedimensies en één tijddimensie. Al die eigenschappen maakten het doen van de berekening gemakkelijker, maar het leidde natuurlijk ook tot de vraag of het resultaat van Strominger en Vafa ook nog geldig zou zijn als we al die extra aannames níét zouden doen. Kun je ook in veel algemenere gevallen het aantal toestanden van een zwart gat tellen?

Weg met de zwaartekracht

Rond de tijd dat Strominger en Vafa hun werk deden, werd ook een ander idee gepubliceerd, dat uiteindelijk een bron zou zijn voor de meeste verdere doorbraken in dit vraagstuk. De Argentijn Juan Maldacena schreef in 1997 een artikel waarin hij de zogeheten *AdS/CFT-correspondentie* beschreef. Ook over dat onderwerp kun je [op deze website een lange serie artikelen vinden](#), maar in het kort komt het hierop neer: Maldacena ontdekte dat je theorieën waarin quantummechanica én zwaartekracht een rol spelen – precies de theorieën waarmee je Hawkings straling zou willen beschrijven, dus – kunt ‘herschrijven’ als theorieën waarin alléén de quantummechanica een rol speelt. In die geschreven modellen komt geen zwaartekracht meer voor, maar de uitkomsten van berekeningen kun je wel terugvertalen naar het geval waarin de zwaartekracht wél een rol speelt. In plaats van twee moeilijke theorieën aan elkaar te plakken, hoef je er dan dus nog maar één goed te begrijpen, en dat maakt het leven van de theoretisch fysicus een stuk eenvoudiger.

Daarmee werd de vraag dus: zou je, in plaats van het tellen van het aantal toestanden van

een zwart gat in een heelal met zwaartekracht – de ‘AdS-kant’ van de correspondentie – diezelfde telling niet ook kunnen doen in een zuiver quantummechanische berekening – de ‘CFT-kant’ van de correspondentie? Het antwoord móést, als Maldacena’s idee klopte, wel ‘ja’ zijn... maar ook op deze nieuwe manier bleek het nog niet mee te vallen om het aantal toestanden van een zwart gat te tellen.



Afbeelding 5. Weg met de zwaartekracht? Als je de zwaartekracht weglaat gebeuren er bijzondere dingen – zoals Stephen Hawking hier ervaart. Door de zwaartekracht uit de beschrijving van zwarte gaten “weg te rekenen” kun je ook bijzondere resultaten bewijzen.

Foto: [jim Campbell/Aero-News Network](http://jimcampbell.aero-news-network.com).

Plussen en minnen

Het probleem was: aan de quantumkant van de correspondentie, de CFT-kant, dus, kon je wel degelijk makkelijk toestanden tellen, maar nét niet helemaal op de juiste manier. Hoewel de zwarte gaten waarvan we de toestanden willen tellen zelf niet meer supersymmetrisch hoeven te zijn – dat was zoals we zagen een van de grote beperkingen in de berekening van Strominger en Vafa – kun je in de modellen van Maldacena nog wel altijd de

supersymmetrische ‘vervangingen’ doen die je ook in de eerdere berekening moest doen. Doe je dat, dan krijg je een nieuw zwart gat, dat nu net iets anders is dan het oorspronkelijke, en het blijkt dat in de voor de hand liggende manier van ‘tellen’ dat zwarte gat niet op de gebruikelijke manier bijdraagt, maar als ‘min één zwart gat’ meetelt.

Met andere woorden: de gemakkelijkste manier van ‘tellen’ telt niet het aantal toestanden waarin een bepaald zwart gat moet zijn; het telt een deel van die toestanden, en trekt daar dan een ander deel van de toestanden vanaf. In technische termen zeggen we dat de gemakkelijke berekening die van een ‘index’ van een zwart gat is.

Natuurlijk hóéf je niet de index van het zwarte gat te tellen; je kunt ook proberen de berekening ‘eerlijk’ te doen en écht elke mogelijke toestand er als eentje mee te tellen. Maar ja, die berekening bleek dan weer heel moeilijk. En de berekening van de index was een stuk gemakkelijker, maar gaf het verkeerde antwoord...

De vraag was: hóé verkeerd was het antwoord dat de index gaf? Een zwart gat telt extreem veel toestanden, dus als er een paar ‘met het verkeerde teken’ worden meegeteld zou dat niet zo erg zijn; dan zou je in elk geval een antwoord van de goede orde van grootte krijgen. Helaas toonde dezelfde [Juan Maldacena, in samenwerking met zijn collega’s Justin Kinney, Shiraz Minwalla en Suvrat Raju](#), in 2005 aan dat dat niet het geval was. (Een soortgelijke berekening werd overigens rond diezelfde tijd ook gedaan door [Christian Römersberger](#), al richtte hij zich niet specifiek op zwarte gaten.) Het antwoord was in zekere zin ‘zo fout als het maar kon zijn’: als je met behulp van AdS/CFT het aantal toestanden van een zwart gat zou kunnen tellen, was het antwoord dat de index gaf véél te klein, en moesten dus bijna alle toestanden ‘met een plusteken’ wel wegvallen tegen toestanden ‘met een minteken’. Het oorspronkelijke veelbelovende idee leek toch niet te werken.

Een complex vraagstuk

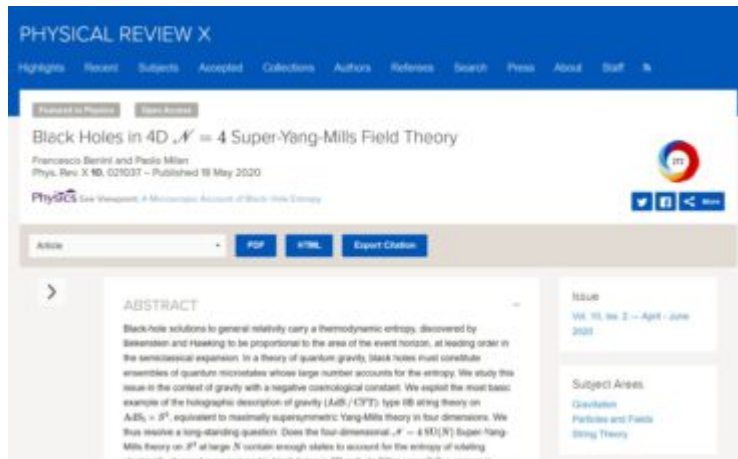
Daarmee zijn we beland bij de doorbraak die Benini en Milan bereikten in het artikel waar George van Hal me over belde. Zij slaagden er namelijk in om het probleem van de ‘index’ te verhelpen, en om in een zuiver quantummechanische theorie wél het aantal toestanden van bepaalde zwarte gaten te tellen.

Het idee dat Benini en Milan gebruikten was bijzonder slim. De zwarte gaten die met behulp

van AdS/CFT bestudeerd konden worden, hebben diverse parameters die hun eigenschappen bepalen. Eén van die eigenschappen is de ‘chemische potentiaal’; een grootheid die grofweg bepaalt hoeveel deeltjes van een bepaalde soort er in een zwart gat voor kunnen komen. Zoals zoveel grootheden in de natuurkunde druk je zo’n chemische potentiaal uit als een getal – een *reëel* getal, om heel precies te zijn; een getal op onze alledaagse ‘getallenlijn’.

Het is echter mogelijk om in plaats daarvan de berekening te doen voor een chemische potentiaal die een *complex* getal is. Complexe getallen zijn bijzondere getallen, waarmee je bijvoorbeeld ook de wortel van een negatief getal kunt uitrekenen – iets wat met ‘normale’ reële getallen niet kan. Wil je meer over complexe getallen weten, lees dan vooral [deze serie artikelen](#). Voor ons zijn eigenlijk maar twee dingen van belang: er zijn veel *meer* complexe getallen dan gewone getallen, maar de gewone getallen zijn wel *onderdeel* van de complexe getallen. Je kunt dus beginnen met een model waarin de chemische potentiaal een complex getal is, en dat langzaam ‘vervormen’ naar de situatie waarin je geïnteresseerd bent: waarin de chemische potentiaal een gewoon reëel getal is, en dus een fysisch mogelijke waarde heeft.

Wat bleek? Als Benini en Milan de berekening van de index deden met complexe chemische potentialen, verdween het probleem van de plus- en mintekens als sneeuw voor de zon. Dat wil zeggen: er vielen nog steeds wel eens toestanden weg in de berekening omdat ze met een tegengesteld teken werden meegeteld, maar nu leidde dat niet meer tot een antwoord dat de verkeerde orde van grootte had. Bovendien kon je door de chemische potentialen langzaam te veranderen ook goed zien welke toestanden met welke tekens werden meegeteld, en zo zelfs voor het geval waarin je de potentiaal weer reëel maakte, het aantal ‘echte’ toestanden tellen. Wat bleek: op die manier werd keurig de juiste, thermodynamische entropie gereproduceerd.



Afbeelding 6. Het artikel van Benini en Milan. Het artikel dat eind 2018 geschreven werd, werd enkele weken geleden gepubliceerd in het vaktijdschrift Physical Review X.

Een welbestede anderhalf jaar

Toen Benini en Milan in december 2018 hun resultaat [als pre-publicatie online zetten](#) waren ze niet de allereersten die het idee van ‘complexificatie’ gebruikten. Twee groepen van onderzoekers waren hen zo’n twee maanden eerder al voorgegaan: [Sunjin Choi, Joonho Kim, Seok Kim en June Nahmgoong](#); en [Alejandro Cabo-Bizet, Davide Cassani, Dario Martelli en Sameer Murthy](#). Ook die groepen maakten gebruik van de truc van complexe getallen, al leidden zij hun resultaten af voor een nog wat beperktere klasse van zwarte gaten, met draai-eigenschappen die in ons heelal niet kunnen voorkomen. Benini en Milan waren de eersten die ook die beperking op het draaien achterwege wisten te laten en zo een nog ‘fysischer’ resultaat wisten te bereiken.

De doorbraak en het ‘proof of concept’ was een feit, maar ook de zwarte gaten die in 2018 bestudeerd werden waren nog altijd niet van de meest algemene soort. De draai-eigenschappen waren nog niet helemaal algemeen; ze konden alleen voorkomen in een heelal dat volgens Einsteins relativistische wetten op een bepaalde manier gekromd was (en natuurlijk weer net níét zoals ons echte heelal gekromd is), en het aantal dimensies waarin de berekening werd gedaan was nog altijd vijf. Veel van die eigenschappen bleken nu echter geen beperkingen meer; zo verscheen er enkele weken geleden nog een artikel van Benini met enkele andere collega’s waarin zwarte gaten met volledig algemene draai-eigenschappen worden beschreven. Ook de beperking op het aantal dimensies is niet

essentieel; soortgelijke berekeningen zijn ook in vier en andere aantallen dimensies gedaan.

Het grootste bezwaar lijkt nog te liggen in de kromming van de ruimte: het is niet direct duidelijk hoe de berekening van de Italianen gedaan kan worden in een model-heelal dat precies de kromming van ons echte heelal heeft. Er wordt verwacht dat ook die beperking geen invloed zal hebben op de juistheid van het resultaat, maar echt zeker weten we dat natuurlijk pas als iemand ook die berekening daadwerkelijk gedaan heeft. Dan zijn we nóg een stap dichterbij het beantwoorden van alle raadsels rond zwarte gaten waar Stephen Hawking en zijn collega's ons in de jaren 70 voor stelden. Wordt – alweer – vervolgd!