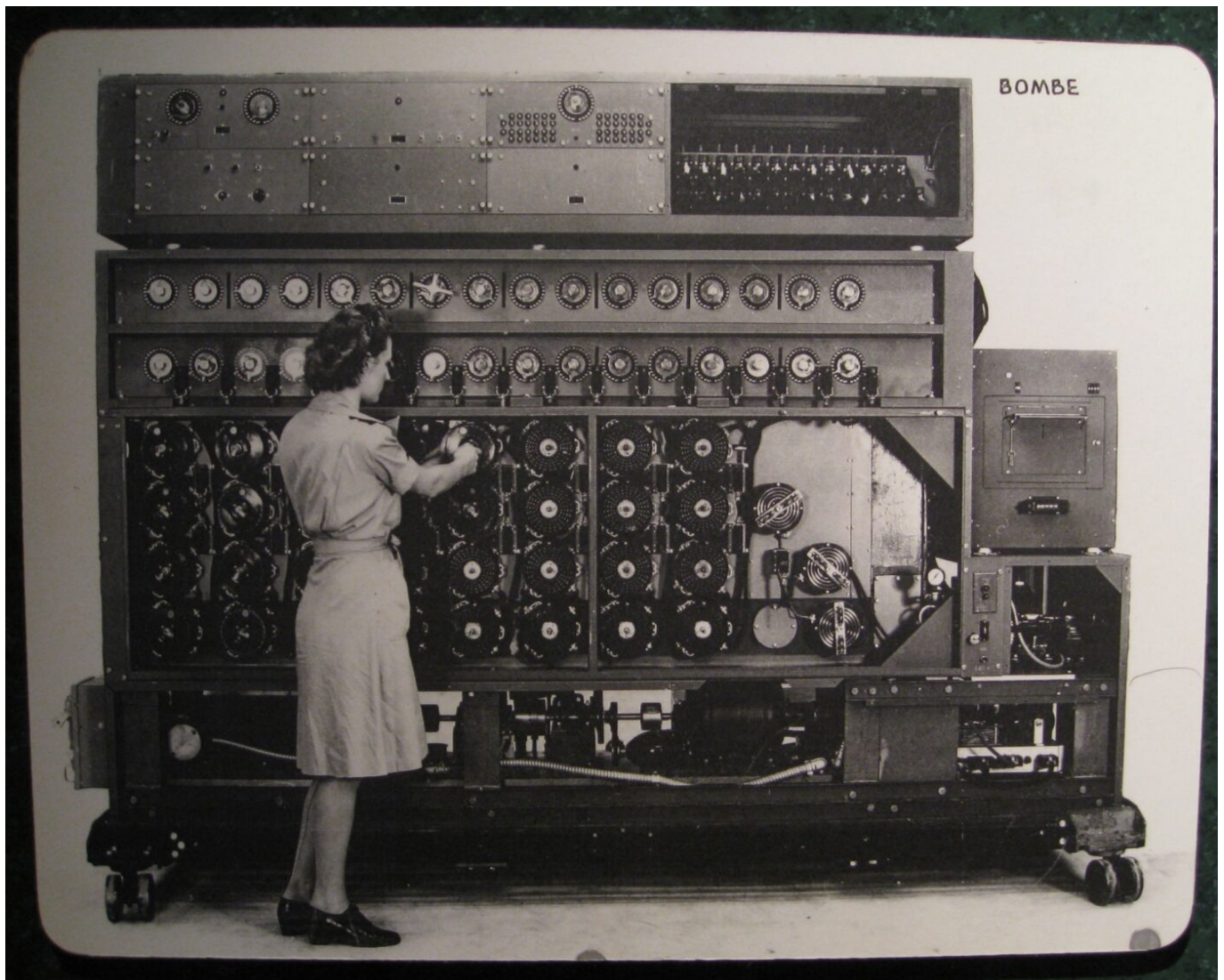


Hoe een zebra zijn strepen verdient

Alan Turing is een van de bekendste wetenschappers van de twintigste eeuw. Bij het grote publiek is de Engelsman vooral bekend om zijn werk in het ontcijferen van Duitse versleutelde berichten, zoals verfilmd in *"The Imitation Game"*. Hij wordt ook gezien als de grondlegger van de theoretische informatica, door de ontwikkeling van de *turingmachine*, een model van een computer waarop algoritmes kunnen worden uitgevoerd.



Afbeelding 1. Bombe. Bombe was de machine waarmee de geallieerden, grotendeels dankzij Alan Turing, de Duitse encryptie wisten te kraken. Afbeelding via [Wikimedia](#)

[Commons.](#)

Wat misschien minder mensen weten, is dat Turing na de oorlog zijn focus deels verlegde naar de wiskundige biologie, en ook in dit vakgebied een bijzondere bijdrage heeft geleverd. Hij was geïnteresseerd in *morfogenese*, het biologische proces waarmee organismen een bepaalde vorm ontwikkelen. Turing was benieuwd of, op dezelfde manier waarop een machine met een paar eenvoudige regels een computer kan worden, er met een paar eenvoudige principes ook ingewikkelde patronen, zoals de strepen van een zebra, kunnen ontstaan. In 1951 publiceerde hij zijn artikel [De scheikundige basis voor morfogenese](#), waarin hij een model opstelde om de ontwikkeling van zulke patronen in de biologie te kunnen beschrijven.

Het viel hem op dat veel processen in de biologie een bepaalde asymmetrie vertonen, terwijl de natuurwetten juist heel symmetrisch zijn. Een embryo begint als een symmetrisch klompje cellen, maar een mens heeft armen en benen die de bolsymmetrie van die begintoestand verbreken. Daarnaast zitten die armen en benen (meestal) op dezelfde plek, dus de asymmetrie is een gevolg van natuurwetten en niet van puur toeval. Er was dus een extra ingrediënt nodig om die symmetrie op een systematische manier te doorbreken.

In het model van Turing zijn er twee verschillende stoffen aanwezig, en Turing stelde voor om de concepten van [diffusie](#) en scheikundige reacties te combineren en te bestuderen wat de verdeling van beide stoffen na verloop van tijd zou zijn. Het eindresultaat van zowel scheikundige reacties als van diffusie afzonderlijk is een homogeen verdeeld mengsel van beide stoffen, maar Turing vermoedde dat een combinatie van beide processen wel eens een andere uitkomst zou kunnen hebben. Zijn model wordt vanwege de twee centrale ingrediënten een *reactie-diffusiemodel* genoemd.



Afbeelding 2. Strepenpatronen op twee zebra's. Afbeelding: christels, via Pixnio.

Stel dat we twee stoffen hebben, die we voor het gemak stof A en stof B noemen. Beide stoffen verdelen zich door de ruimte aan de hand van diffusie, al dan niet met verschillende snelheden. Zoals gezegd: als dit het hele model zou zijn, het eindresultaat een gelijk verdeeld mengsel van beide stoffen zijn. Maar Turing voegde nu ook reacties toe aan het model. Dit kunnen veel verschillende reacties zijn, bijvoorbeeld



In deze reactie reageren beide stoffen, als één A-deeltje en twee B-deeltjes samenkomen, en verandert het A-deeltje in een B-deeltje. Daarnaast kunnen in het model ook deeltjes spontaan ontstaan of verdwijnen. We voegen een vaste hoeveelheid van deeltje A toe die we de *feed rate* (f) noemen, en laten deeltje B verdwijnen met een factor die we de *kill rate* (k) noemen. Als $([A])$ en $([B])$ de concentratie van beide deeltjes zijn, dan kunnen deze feed en kill rate gevat worden in de volgende differentiaalvergelijkingen:

$$\left(\frac{d[A]}{dt}\right) = f, \quad \frac{d[B]}{dt} = -k[B].$$

Door te spelen met de verschillende parameters in het model – de diffusieconstanten van beide deeltjes, de exacte reactie waarmee A in B verdwijnt en de parameters $\lambda(f)$ en $\lambda(k)$ – kunnen heel verschillende resultaten ontstaan. Met moderne computers kunnen we bovenstaande vergelijkingen simuleren. Als bijvoorbeeld deeltje B heel snel verdwijnt door een hoge kill rate – sneller dan dat die stof kan ontstaan door de reactie met deeltje A, dan zal deeltje B heel snel uitsterven. Dit proces is weergegeven in de simulatie hieronder, gemaakt door [Phillip Compeau](#). In dit model verspreidt deeltje A zich twee keer zo snel als deeltje B, en is voor elke tijdstap $\lambda(k=500\{.\}000)$ en $\lambda(f=1000)$. Deeltje A is groen en deeltje B is rood weergegeven:

Als juist de *feed rate* $\lambda(f)$ heel hoog is, ontstaan er in eerste instantie veel deeltjes van A. Maar omdat via de reactie deze deeltjes worden omgezet in deeltje B, blijven er nauwelijks A-deeltjes meer over. In onderstaande simulatie is $\lambda(k=100\{.\}000)$ en $\lambda(f=1\{.\}000\{.\}000)$:

Als de *feed rate* en de *kill rate* wat dichterbij elkaar liggen, kunnen er echter interessantere patronen ontstaan. Als bijvoorbeeld is $\lambda(k=200\{.\}000)$ en $\lambda(f=100\{.\}000)$, ontstaan er een soort B-strepen in het A-veld:

En als we $\lambda(f)$ nu verhogen naar $\lambda(200\{.\}000)$ en $\lambda(k)$ hetzelfde laten, ontstaat er juist een wat vlekkelig resultaat:

Hiermee valt te zien dat vanuit het relatief eenvoudige model van Turing al veel verschillende patronen gevormd kunnen worden. Zelf heeft Turing dit helaas niet bevestigd zien worden: in de tijd dat hij zijn artikel schreef, waren de computers nog lang niet krachtig genoeg om de simulaties uit te kunnen voeren. Maar Turing had vertrouwen in de opkomst van computers en voorspelde zelf ook al dat dit in de toekomst wel mogelijk zou zijn.

Uit Turings model wordt ook duidelijk waarom, hoewel alle zebra's soortgelijke strepen hebben, het precieze strepenpatroon toch uniek is. In het DNA ligt misschien dan wel vastgelegd welke stoffen, met welke verhouding en welke 'reactie' de vachtkleur bepalen, maar het precieze patroon wordt aan de hand van willekeur gevormd. Dit is overigens vergelijkbaar met hoe sommige generatieve AI zijn plaatjes of antwoorden genereert. Vanuit

een (willekeurig gegenereerd) plaatje met alleen maar ruis maakt een AI-model een plaatje, volgens vaste regels die het geleerd heeft. Dit proces, en de relatie met diffusie, is door Simon Ilić beschreven in [dit artikel](#). Net zoals elke zebra nét een ander strepenpatroon heeft, zal, zelfs als je twee keer exact dezelfde vraag stelt aan een AI-chatbot, deze elke keer nét een ander antwoord genereren.

Het model van Turing is van toepassing op verschijnselen die op veel meer plekken in de natuur voorkomen: het kan bijvoorbeeld ook [schelpenpatronen](#) of [vingerafdrukken](#) beschrijven. Dit komt doordat het reactie-diffusiemodel niet per se de microscopische reacties beschrijft, maar slechts de effecten ervan vat in een verzameling eenvoudige vergelijkingen. De rol van diffusie op orgaanplaatsing in embryo's is ook al eens beschreven op de Quantum-Universe-website: in [dit artikel](#) door Cintia Perugachi.



Afbeelding 3. Turingpatronen op een mbu kogelvis. Afbeelding: Chiswick Chap, via [Wikimedia Commons](#).

Op deze manier kan het model toegepast worden op vele verschillende systemen. Onderwerpen die op het eerste gezicht weinig met elkaar te maken hebben, worden door hetzelfde wiskundige model beschreven. Ook in de natuurkunde komt het terug: zo wordt de concentratie van neutronen in een kernreactor beschreven aan de hand van een reactie-diffusiemodel. Zo blijkt maar weer dat het nooit kwaad kan om breed geïnteresseerd te zijn. Wie had kunnen voorspellen dat zebrastrepen en kernreactoren iets met elkaar te maken zouden hebben?

De universiteit van Nederland maakte recent onderstaand filmpje, waarin wiskundige Jan Bouwe van den Berg in ARTIS de Turingpatronen uitlegt:

In de zomermaanden verschijnt op de QU-site wekelijks een artikel op vrijdag. Vanaf september publiceren we weer elke dinsdag en vrijdag een artikel.